Н.М. Ашимов, В.И. Анисимов

ТРАНСФОРМАЦИЯ ДВОИЧНЫХ СИГНАЛОВ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОМЕХ

Одним из направлений развития автоматизированной информационно-управляющей системы Единой государственной системы предупреждения и ликвидации ЧС (АИУС РСЧС) является повышение устойчивости ее функционирования в условиях ЧС мирного и военного времени. Модернизация программно-технических средств АИУС предусматривает создание современной цифровой системы связи и передачи данных при обеспечении высокой достоверности принимаемой информации [1].

В радиотехнических системах (РТС) во многих случаях информация передается отдельными блоками и на приемной стороне осуществляется ее поблочная обработка. Каждый блок передаваемой информации представляет собой двоичную кодовую комбинацию, состоящую из n разрядов.

Комбинация считается принятой правильно, как правило, при правильном приеме не менее n-s символов, т.е. допускается не более s ошибок при приеме символов, причем место ошибки (разряд) в комбинации может быть любым. Поскольку приемы символов – независимые события, работает схема Бернулли, и вероятность того, что будет принято правильно ровно n-s символов, подчиняется известному биномиальному закону распределения

$$p(s) = C_n^s P_o^s (1 - P_o)^{n-s}$$

где C_n^s - число сочетаний из n по s, равное

$$C_n^s = \frac{n!}{s!(n-s)!};$$

P_o - вероятность ошибки в приеме символа двоичной комбинации.

Вероятность правильного приема двоичной комбинации определяется по формуле

$$P_к = \sum_{i=0}^{s} C_n^i P_o^i (1 - P_o)^{n-i}.$$

В симметричных каналах при отсутствии сигнала вероятность имитации помехой как единичного, так и нулевого символа P_o = 0,5. Вероятность ложного приема двоичной комбинации под действием помех на каждом тактовом интервале, равном длительности кодовой комбинации $T_к$, равна

$$P_л = \frac{1}{2^n} \sum_{i=0}^{S} C_n^i,$$

а вероятность ложного приема комбинации за заданное время T_a определя-

ется формулой

$$P_{л1} = \frac{T_a}{2^n T_к} \sum_{i=0}^{s} C_n^i .$$

Действие помех может привести не только к снижению достоверности приема сигнала или к ложному его приему из-за имитации сигнала помехой, но и к трансформации сигнала, при которой одна комбинация, соответствующая определенному сообщению, переходит в другую кодовую комбинацию, принадлежащую другому сообщению.

Трансформация сигналов также опасна, как и их ложный прием и в ряде случаев может иметь весьма серьезные последствия. Поэтому вероятность трансформации сигналов, являющаяся одним из показателей помехоустойчивости РТС, должна строго контролироваться. Таким образом, вероятности ложного приема и трансформации сигналов представляют собой важные характеристики РТС, определяющие безопасность связи и управления.

Трансформация кодовых комбинаций существенным образом зависит от кодового расстояния d – минимального числа символов, которыми отличается одна кодовая комбинация от другой. В данном случае следует воспользоваться, как и при применении корректирующих кодов с исправлением s ошибок, следующей формулой для кодового расстояния:

$$d \geq 2\,s + 1.$$

При определении вероятности трансформации кодовых комбинаций будем исходить из того непреложно факта, что переход одной комбинации в другую под действием помех может иметь место в тех случаях, когда количество ошибок при приеме символов находится в пределах от (d - s) до (d + s). Схематически кодовая комбинация показана на рис.1. Кодовая комбинация (как первая, так и вторая, в которую переходит первая из-за трансформации) содержит d несовпадающих и (n - d) совпадающих символов. Эти символы располагаются вдоль кодовой комбинации случайным образом (на рис. 1 они сведены в две области: d и (n - d) с компактной их группировкой, что не имеет принципиального значения).

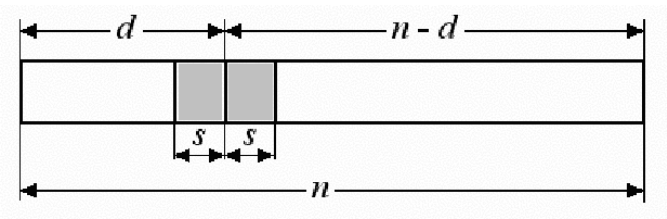

Рис. 1. Схема кодовой комбинации

Предположим вначале, что число ошибок при приеме символов двоичной комбинации равно d. Вероятность этого события

$$P_1 = C_n^d P_o^d (1 - P_o)^{n-d}.$$

Часть этих ошибок из общего числа d будет располагаться в области d, а другая – в области n - d. Количество ошибок, попадающих в область d (как и в область n - d), - случайная величина, плотность распределения которой подчиняется гипергеометрическому закону:

$$p(x) = \frac{C_d^s C_{n-d}^{N-s}}{C_n^N},$$

где $p(x)$ – вероятность попадания в область d ровно x ошибок;

N - общее количество ошибок.

Вероятность неприема первой комбинации при которой возможен прием другой комбинации

$$P_2 = \sum_{i=-s}^{s} C_n^{d+i} P_o^{d+i} (1 - P_o)^{n-(d+i)}. \qquad (1)$$

Условие (1) необходимо, но недостаточно. Вероятность того, что вместо переданной комбинации будет принята другая при числе ошибок, которое может принимать значения от $-s$ до $+s$ – вероятность трансформации определяется выражением

$$P_T = \sum_{j=-s}^{s} P_o^{(d+j)} (1 - P_o)^{n-(d+j)} \sum_{i=B}^{A} C_d^{d+j-i} C_{n-d}^i,$$

где верхний предел второй суммы $A = \frac{s+j}{2}$ при четном (s+j) и $A = \frac{s+j-1}{2}$ при нечетном (s+j).

Нижний предел второй суммы $B = 0$ при $j \le 0$, и $B = j$ при $j > 0$.

Таким образом, вероятность трансформации зависит от вероятности ошибочного приема символа двоичной комбинации. Существует значение $P_o = P_{o1}$, при котором вероятность трансформации достигает максимального значения P_{Tmax}, которое контролируется и не должно превышать некоторую заданную допустимую величину. Значение P_{Tmax} находим, определив первую производную и приравняв ее к нулю,

$$\frac{\mathrm{d}P_T}{\mathrm{d}P_o} = 0, \; P_{T\,max} = \sum_{j=-s}^{s} \left(\frac{d+j}{n}\right)^{d+j} \left(\frac{n-(d+j)}{n}\right)^{n-(d+j)} \sum_{i=B}^{A} C_d^{d+j-i} C_{n-d}^i.$$

Расчетные значения вероятности трансформации, вычисленные для различных вероятностей P_o при $n = 63$, $s = 10$, $d = 21$ приведены в табл. 1.

Таблица 1

Расчетные значения вероятности трансформации

$1 - P_o$	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9
$P_T \cdot 10^{-7}$	0,169	0,615	1,67	3,49	5,54	6,45	4,96	2,01	0,244

Как видно из таблицы, при $(1 - P_o) = 0,75$ достигается максимальная величина вероятности $P_{Tmax} = 6,45 \cdot 10^{-7}$.

Литература

1. Качанов С.А., Тетерин И.М., Топольский Н.Г. Информационные технологии предупреждения и ликвидации чрезвычайных ситуаций. Учебное пособие. -М.: Академия ГПС МЧС России, 2006. -213 с.

2. Ашимов Н.М. Помехоустойчивость и помехозащищенность радиолиний управления. -М.: Изд. ВИУ, 2000.