

Бутузов С. Ю.
МОДЕЛИРОВАНИЕ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ
ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ
ИНТЕГРАЛЬНОЙ БЕЗОПАСНОСТИ ВЫСОКОРИСКОВЫХ ОБЪЕКТОВ

Представлены методологические основы моделирования автоматизированных информационно-управляющих систем (АИУС) интегральной безопасности высокорисковых объектов. Данные АИУС являются сложными системами. Показано, что предпочтительней для моделирования функционирования АИУС интегральной безопасности высокорисковых объектов использовать принцип максимизации энтропии, описывающей программно-аппаратный комплекс данных АИУС.

Моделирование лежит в основе всех научных исследований, и представляет собой одну из попыток достигнуть научного понимания принципов функционирования сложных систем.

Для обеспечения безопасности высокорисковых объектов, классификация которых представлена в [1,2], на них внедряются *быстродействующие* автоматизированные информационно-управляющие системы интегральной безопасности, создаваемые не единой программно-аппаратной платформе. Данные АИУС являются сложными системами. Они должны обеспечивать защиту промышленного персонала и технологического оборудования особенно при ЧС, обусловленных взрывами.

Для моделирования работы АИУС интегральной при чрезвычайных ситуациях (ЧС) необходимо разработать методы, использование которых позволит проектировать данные АИУС с необходимым быстродействием и оценивать работу системы при ЧС, обусловленных взрывами.

Одной из наиболее адекватных методов моделирования сложных систем представляют собой энтропийные подходы, в которых должен быть определён максимум энтропии сложной системы [3]. Понятие энтропии до недавнего времени использовалось, в основном, для изучения физических систем. Однако, энтропия играет полезную роль в исследовании самых различных по своей природе систем, в том числе, информационных.

При этом необходимо учитывать энтропию как программного обеспечения, так и компьютерных микропроцессорных составляющих автоматизированной информационно-управляющей системы.

Энтропия распределения вероятностей.

Перед исследователем в области задач передачи информации стоит ряд серьезных теоретических проблем. В своей работе ему приходится применять понятия, используемые в различных отраслях.

Рассмотрим случайную величину x , которая может принимать значения $x_1, x_2, \dots, x_n$ с вероятностями $p_1, p_2, \dots, p_n$, т. е. для случайной величины x существует дискретная функция распределения вероятностей $P(x_i)$ со значениями $p_1, \dots, p_n$.

Возникает вопрос, каким образом можно количественно охарактеризовать связь между априорной информацией о случайной величине (например, ее средним значением, дисперсией и т. д.) и видом функции P

(x_i) . Наши интуитивные представления сводятся к тому, что более размытое распределение вероятностей связано с большей неопределенностью (с меньшей априорной информацией), чем распределение с явно выраженным пиком. Такая мера неопределенности была введена К. Шенноном в виде:

$$S(p_1, p_2, \dots, p_n) = -k \sum_i p_i \ln p_i. \quad (1)$$

По определению, это есть энтропия вероятностного распределения $P(x_i)$.

Если о случайной величине никакой дополнительной информации нет, то максимизация энтропии $S(1)$ при условии $\sum_i p_i = 1$ даёт оптимальное распределение $P(x_i) = \frac{1}{n}$, что, совпадает с качественными представлениями о неопределенности.

Допустим, что известно среднее значение некоторой функции $f(x)$. Тогда задача поиска оптимального распределения сводится к следующей:

$$S \rightarrow \max, \quad \sum_i p_i f(x_i) = E \quad (2)$$

$$\sum_i p_i = 1 \quad (3)$$

Её решение имеет вид:

$$p_i = \exp[-\lambda - \mu f(x_i)], \quad (4)$$

откуда с учетом (3) получаем, что:

$$e^\lambda = \sum_i \exp[-\mu f(x_i)], \quad (5)$$

где λ и μ - множители Лагранжа, связанные с уравнениями (2) и (3) соответственно. Этот результат может быть легко обобщен на случай, когда известны средние значения нескольких функций.

Определим:

$$p_{ij} = \frac{T_{ij}}{T} \quad (6)$$

Тогда из (6), используя формулу Стирлинга для $T_{ij}!$, получаем:

$$\ln W = \ln T! - \sum_i \sum_j (T_{ij} \ln T_{ij} - T_{ij}) \quad (7)$$

Это можно переписать, выразив неизвестные величины T_{ij} через p_{ij} :

$$\begin{aligned} \ln W &= \ln T! - \sum_i \sum_j T_{ij} [(\ln p_{ij} - \ln T) - T_{ij}] = \ln T! - T \sum_i \sum_j p_{ij} \ln p_{ij} - (T \ln T - T) \sum_i \sum_j p_{ij} = \\ &= (\ln T! - T \ln T + T) - T \sum_i \sum_j p_{ij} \ln p_{ij}. \end{aligned} \quad (8)$$

Поэтому максимизация:

$$S(p_{11}, p_{12}, \dots, p_{nm}) = - \sum_i \sum_j p_{ij} \ln p_{ij}. \quad (9)$$

С помощью уравнения (6) их можно записать в виде условий на p_{ij} , что приведет к оценке T_{ij} . При этом $\ln W$ и S линейно зависимы при боль-

ших T_{ij} .

Из этого следует ряд выводов. Во-первых, в любых расчетах, основанных на применении $\ln W$, существенно используется приближенная формула Стирлинга, тогда как случай (1) лишен этого недостатка и не требует никаких приближений. (Впрочем, это не очень существенно, так как используется на самом деле только производная от формулы Стирлинга, а производные в обоих случаях совпадают). Во-вторых, и это более существенно, определение энтропии (1) является более гибким и полезным, чем первое. Разница между определениями аналогична разнице между объективной и субъективной точками зрения на вероятность. Объективная точка зрения заключается в том, что вероятность всегда можно измерить, наблюдая частоту осуществления событий в случайном эксперименте; субъективная точка зрения рассматривает вероятности как выражение человеческого незнания; вероятность события представляет собой попросту формальное выражение основанных на имеющейся информации ожиданий о том, что событие произойдет или произошло. С субъективной точки зрения цель теории вероятностей заключается в том, чтобы помочь получать правдоподобные прогнозы в случаях, когда мы не располагаем достаточной для однозначных выводов информацией. Поэтому полного осуществления прогнозов ожидать не следует. Проверка хорошего субъективного распределения вероятностей заключается в том, чтобы установить, насколько оно соответствует нашему знанию величины x . Легко видеть, что первое определение является существенно объективным, а второе — существенно субъективным.

Совсем не обязательно пытаться свести все либо к объективной, либо к субъективной точкам зрения; обе точки зрения полезны. Но важно их не смешивать. Здесь есть также и обратная сторона: энтропию нельзя рассматривать в отрыве от системы и задач, связанных с ней. Если появляется желание воспользоваться концепцией энтропии, то следует четко определить, как её можно *измерить* или же описать распределение вероятностей, связанное с каким-либо Свойством системы и порождающее энтропию этой системы.

Энтропия и байесовская статистика.

Байесовский статистик - в основном субъективист, поскольку его интересует степень уверенности и оценка вероятности распределений, которая наиболее четко согласуется с экспериментальными данными. Но граница между объективной и субъективной точками зрения является достаточно условной. Имея это в виду, рассмотрим байесовские методы статистических выводов и покажем, что они могут быть связаны с энтропией. Это даст нам третью интерпретацию энтропии. Пусть x - случайная величина, которая может принимать значения $x_1, x_2, x_3 \dots$. Случайной выборкой длины n называется набор из n независимых случайных величин, каждая из которых распределена так же, как x . Пусть $p(x_i | \theta)$ (или, короче, p_i) характеризует распределение, параметром которого является θ . Пусть H — априорная информация о выборке. Тогда θ будет иметь распределение, зави-

сящее от H ; запишем его в виде $\pi(\theta | H)$. Пусть $\mathcal{X} = (\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2, \dots, \mathcal{X}_n)$ — наблюдаемая случайная выборка; тогда его плотность распределения $f(\mathcal{X} | \theta, H)$ может быть записана в виде

$$f(\mathcal{X} | \theta, H) = \prod_i p(\mathcal{X}_i | \theta, H), \quad (10)$$

где справа стоит знак произведения, поскольку случайные величины x_i по предположению являются независимыми. Теперь новое распределение θ , связанное со случайной выборкой $\mathcal{X}$, определяется по теореме Байеса

$$\pi(\theta | \mathcal{X}, H) = \frac{f(\mathcal{X} | \theta, H) \pi(\theta | H)}{\rho(x | H)}, \quad (11)$$

где $\rho(x | H)$ — априорная функция распределения случайной величины x .

Оценку θ по методу максимума правдоподобия можно найти, определив значение θ , максимизирующее $\pi(\theta | \mathcal{X}, H)$. Часто более удобно работать с логарифмом $\pi(\theta | \mathcal{X}, H)$.

Из (1.20) получаем:

$$\ln \pi(\theta | \mathcal{X}, H) = \ln f(\mathcal{X} | \theta, H) + \ln \tilde{\pi}(\theta | H) - \ln \rho(x | H). \quad (12)$$

Рассмотрим первое слагаемое:

$$L(\mathcal{X}, \theta, H) = \ln f(\mathcal{X} | \theta, H) = \sum_{i=1}^n \ln p(\mathcal{X}_i | \theta, H).$$

При увеличении длины выборки n по закону больших чисел будем иметь:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} [n^{-1} L(\mathcal{X} | \theta)] = E[\ln p(x | \theta)]. \quad (13)$$

Но

$$E[\ln p(x | \theta)] = \sum_i p(x_i | \theta) \ln p(x_i | \theta) = \sum_i p_i \ln p_i. \quad (14)$$

Эта величина с точностью до знака совпадает с энтропией распределения вероятностей по К. Шеннону.

Таким образом, при $n \rightarrow \infty$ максимизация $\ln \pi(\theta | \mathcal{X}, H)$ сводится к максимизации суммы энтропии (1.10) (взятой с обратным знаком) и логарифма априорного распределения $\tilde{\pi}(\theta | H)$.

Использование концепции энтропии. Процедуру максимизации энтропии можно использовать для моделирования систем. Это утверждение, впрочем, можно переформулировать: в случаях, когда модели можно получить с помощью более традиционных средств, часто будет полезно ввести уравнения ограничений, которые приведут к той же модели в процедуре максимизации энтропии, так как это часто облегчает интерпретацию.

Формирование моделей. Общее правило для формирования моделей можно сформулировать следующим образом. Необходимо выделить переменные величины, определяющие интересующую систему, и выписать известные ограничения на эти величины, после чего определить энтропию системы либо непосредственно, либо с помощью соответствующего распределения вероятностей. Затем можно оценить значения переменных, максимизируя энтропию при принятых ограничениях. Многие (если не

большинство) модели, полученные таким способом, можно получить и с помощью более традиционных средств. Но, как будет видно из примеров, приведенных в остальной части этой книги, процедура максимизации энтропии по меньшей мере дает возможность последовательно анализировать сложные ситуации.

Когда предлагаются модели или теории, часто приходится включать в них элементы, с трудом поддающиеся непосредственной интерпретации. Это теории, приводящие к параметрам, которые довольно трудно непосредственно измерить. В частности, к ним относятся параметры модели, такие как p в транспортной модели. Предположим, что можно предложить и использовать модель, определяемую уравнениями (7-9), без процедур максимизации энтропии. Тогда можно выписать набор ограничений, которые приведут к той же модели, параметр будет множителем Лагранжа, связанным с ограничением (4).

Роль энтропии в анализе динамики систем. Понятие энтропии так хорошо известно вследствие того, что энтропия фигурирует в следующей из многочисленных формулировок второго закона термодинамики: энтропия всегда возрастает. Второй закон термодинамики вытекает из уравнения

$$dS = \mu dE + \mu \sum_k X_k dx_k, \quad (15)$$

где dS — изменение энтропии, dE — изменение энергии системы, X_k — внешняя сила, соответствующая внешней координате x_k ;

Следовательно, $-\sum_k X_k dx_k$ — это работа, совершаемая извне над системой. Таким образом, второй закон, записанный в виде:

$$dS \geq 0 \quad (16)$$

означает попросту, что система не может получить энергии больше, чем даст ей совершенная над ней внешняя работа. Следовательно, в этом случае энтропия может объективно быть определена уравнением (15).

Есть примеры социальных систем, в которых это понятие может играть столь же полезную роль. Важно отметить, что понятия, соответствующие энергии и работе (такие как полезность и капиталовложения), могут быть определены и для информационных систем.

Взаимосвязь между процедурами максимизации энтропии и статистическим анализом. Теперь необходимо ответить на вопрос: как согласовать решение одной и той же задачи — чисто статистическое и энтропийное? Рассмотрим это на простом примере. Пусть x — случайная величина с возможными значениями x_i и вероятность того, что x принимает значение x_i равна p_i . Это можно записать в виде $p(x_i | \theta)$, где θ — единственный параметр. Можно предположить, что в этом примере при максимизации энтропии имеющаяся информация о p_i выражена единственным уравнением. В качестве такого уравнения можно принять уравнение (12), которое мы для удобства запишем еще раз в виде:

$$\sum_i p_i f(x_i) = E[f(x)]. \quad (16)$$

Оценка p_i по максимуму энтропии дается уравнениями (4) и (5) и может быть записана в виде

$$p_i = \frac{\exp[-\mu f(x_i)]}{\sum_i \exp[-\mu f(x_i)]}, \quad (17)$$

откуда видно, что p_i есть функция единственного параметра μ .

Статистический подход допускает существование нескольких подходящих функциональных форм для $p(x_i | \theta)$. При этом используются экспериментальные данные для получения оценки θ по максимуму правдоподобия и можно провести испытания гипотез. Выбирается функция $p(x_i|\theta)$, которая обеспечивает наибольшую точность и соответствующее значение θ .

При максимизации энтропии также получается оценка p_i и может быть проведена проверка результатов, получаемых с помощью модели. Если результаты не согласуются с действительностью, то можно изменять функциональную форму $f(x_i)$ в уравнении (3) при известном среднем значении новой функции до тех пор, пока не будет получено более приемлемое решение.

Если при максимизации энтропии в процессе проверки новых функциональных зависимостей $f(x)$ среднее значение в правой части уравнения (3) неизвестно, то мы находимся в том же положении, что и в случае статистического подхода. Тогда необходимо использовать статистическую процедуру (например, процедуру максимизации правдоподобия), чтобы оценить параметр μ . В этом случае при обоих подходах следует получить одну и ту же наилучшую оценку как функциональной формы, так и параметра. Можно показать, как получаются различные распределения при различных формах ограничений. «Параметры» получающихся распределений представляют собой множители Лагранжа (или функции от них), связанные с ограничениями, и могут быть точно определены в результате решения системы уравнений.

Но при максимизации энтропии имеются три потенциальных преимущества перед статистическим подходом: во-первых, использование ограничений в отличие от функции распределения позволяет более последовательно анализировать сложные ситуации; во-вторых, имеется возможность непосредственной интерпретации ограничений, что облегчает понимание функционирования системы; в-третьих, с помощью общих принципов системного анализа облегчается непосредственный переход к динамической модели. Следует указать также и на возможное затруднение. Если при формировании моделей методом максимизации энтропии используются ограничения, и численные значения математических ожиданий в правых частях уравнений неизвестны, то разумные рекомендации по их выбору отсутствуют.

Другие применения концепции энтропии. До сих пор рассматривалось, в основном, использование энтропии при построении моделей и их интерпретации, хотя и упоминалась ее дополнительная роль при формиро-

вании законов динамики системы. Подобные примеры построения городских и региональных моделей более подробно рассматриваются далее.

Следует, пожалуй, упомянуть ряд других довольно специальных применений понятия энтропии. Во-первых, непосредственно в теории информации «ожидаемая информация» от сообщения представляет собой как раз то, что мы называем энтропией, и эту меру можно объективно использовать для сравнения информационных потоков с пропускными способностями каналов. Во-вторых, концепция энтропии, или ожидаемой информации, используется для изучения информационных потерь, вызванных определенными видами агрегирования в сложных системах.

Кроме этого, в АИУС интегральной безопасности высокорисковых объектов необходимо провести оценку программно-аппаратной энтропии, которая в общем случае зависит от следующих физико-технических параметров:

- удельное электрическое сопротивление, ρ ;
- температура фазового перехода, T_c ;
- величина квазинезатухающего тока в микропроцессорных системах, I .

Данные параметры характерны для быстродействующих компьютерных систем, создаваемых по кластерному принципу. Схема данного компьютерного комплекса представлена на рис. 1.

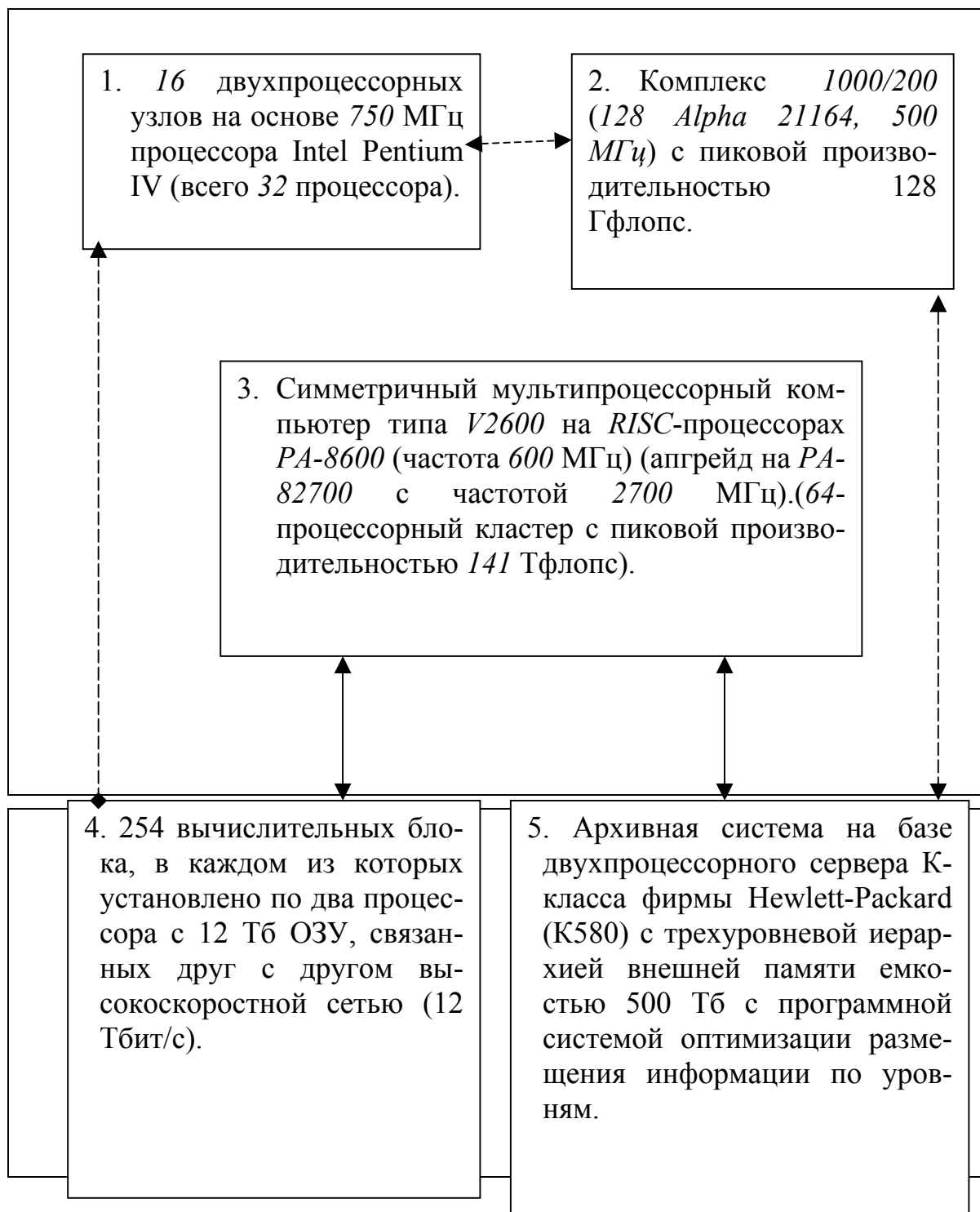
Для дальнейшего повышения быстродействия данной компьютерной системы целесообразно в её структуре использовать перспективные проводящие материалы, удельное электрическое сопротивление которых менее 10^{-13} Ом·см. В этом случае производительность системы может достигать 1 Пфлопс, что позволяет использовать его в АИУС интегральной безопасности высокорисковых объектов. При возникновении ЧС, обусловленных взрывами, данная система за время менее 10^{-7} с. способна в автоматическом режиме включить подсистему сброса избыточного давления, предотвратив тем самым гибель промышленного персонала и уничтожение технологического оборудования на высокорисковом объекте.

Зависимость программно-аппаратной энтропии АИУС интегральной безопасности высокорисковых объектов в общем виде можно представить как функцию:

$$S_{na} = F\left(\frac{\rho}{T_c I}\right). \quad (18)$$

Для получения конкретного вида зависимости необходимо для каждой из составляющих подсистемы определить вид функции, используемой для вычисления энтропии. В дальнейшем рассчитать их свёртку и в полученное выражение подставить величины физико-технических параметров, которые можно измерить, используя методы, изложенные в [4].

Таким образом, представленные методологические основы можно использовать при проектировании АИУС интегральной безопасности высокорисковых объектов, а также при оценке их функциональной надёжности, особенно при возникновении ЧС, обусловленных взрывами.



6. Система визуализации на рабочих станциях J2240 и J5000 фирмы Hewlett-Packard с мощными графическими акселераторами трехмерной графики.

Рис. 1. Структура быстродействующего компьютерного комплекса.

Литература

1. Топольский Н.Г., Блудчий Н.П. Основы обеспечения интегральной безопасности высокорисковых объектов. – М.: Московский институт пожарной безопасности МВД России, 1998. – 97 с.
2. Топольский Н.Г., Блудчий Н.П. Понятие и критерии техногенных чрезвычайных ситуаций. Информационно-справочное пособие. - М.: Академия ГПС МЧС России, 2003. – 41 с.
3. А. Дж. Вилсон. Энтропийные методы моделирования сложных систем. – М.: Наука, 1978. – 248 с.
4. Бутузов С. Ю. Автоматизированная система бесконтактного неразрушающего контроля физико-технических параметров сверхпроводящих материалов // Научно-технические технологии, т.4, вып. 4. – М.: ИПРЖР, 2003. - СС. 31-38.