

Орлов П.А.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОЦЕССА ИТЕРАЦИИ ПРИ РЕШЕНИИ НАУЧНЫХ И ИНЖЕНЕРНЫХ ЗАДАЧ

В результате сравнения показаны преимущества метода исключений для реализации процесса итераций при решении научных и инженерных задач.

При решении ряда задач аналитические значения выходных параметров определяется приближенно с заданной точностью итеративным методом [1].

Рассмотрим методику поиска решения на примере конкретной задачи, условия которой формулируются следующим образом: необходимо найти с точностью Δl координаты точки, случайно расположенной на отрезке $[a, b]$. Это значит, что в результате поиска искомое значение x_1 положения точки от начала отрезка должно находиться на отрезке указанной длины Δl . Предполагается, что случайная величина x_1 имеет равномерный закон распределения на $[a, b]$. Аналогичная задача может быть сформулирована относительно поиска одного элемента (или подмножества) из некоторого множества $\{M\}$ [2].

Наиболее часто при поиске решения используют метод случайного выбора (МСВ) и метод исключений (МИ). При реализации первого метода отрезок $[a, b]$ разбивают на равные отрезки длиной Δl и осуществляют их случайный перебор до отыскания отрезка, содержащего точку x_1 . МИ предполагает следующий порядок действий: отрезок $[a, b]$ делится пополам, из двух половин выбирают ту часть, которая содержит точку x_1 , затем эта часть также делится пополам, выбирается четвертая часть отрезка, содержащая x_1 , и так далее до локализации искомой точки на отрезке длиной Δl .

Сравнение данных методов будем проводить по количеству итераций, требуемых для достоверного поиска x_1 . Критерий выбора – минимальное количество итераций.

Для МСВ процесс поиска является случайным, поэтому необходимо рассматривать вероятность обнаружения x_1 на k -ом шаге и максимальное количество шагов итерации.

Максимальное количество шагов для МСВ до достоверного обнаружения m_1 при количестве отрезков длиной Δl равной n будет:

$$m_1 = n - 1. \quad (1)$$

Количество шагов m_2 для МИ будет:

$$m_2 = \log_2 n. \quad (2)$$

Графики зависимостей (1) и (2) представлены на рис. 1.

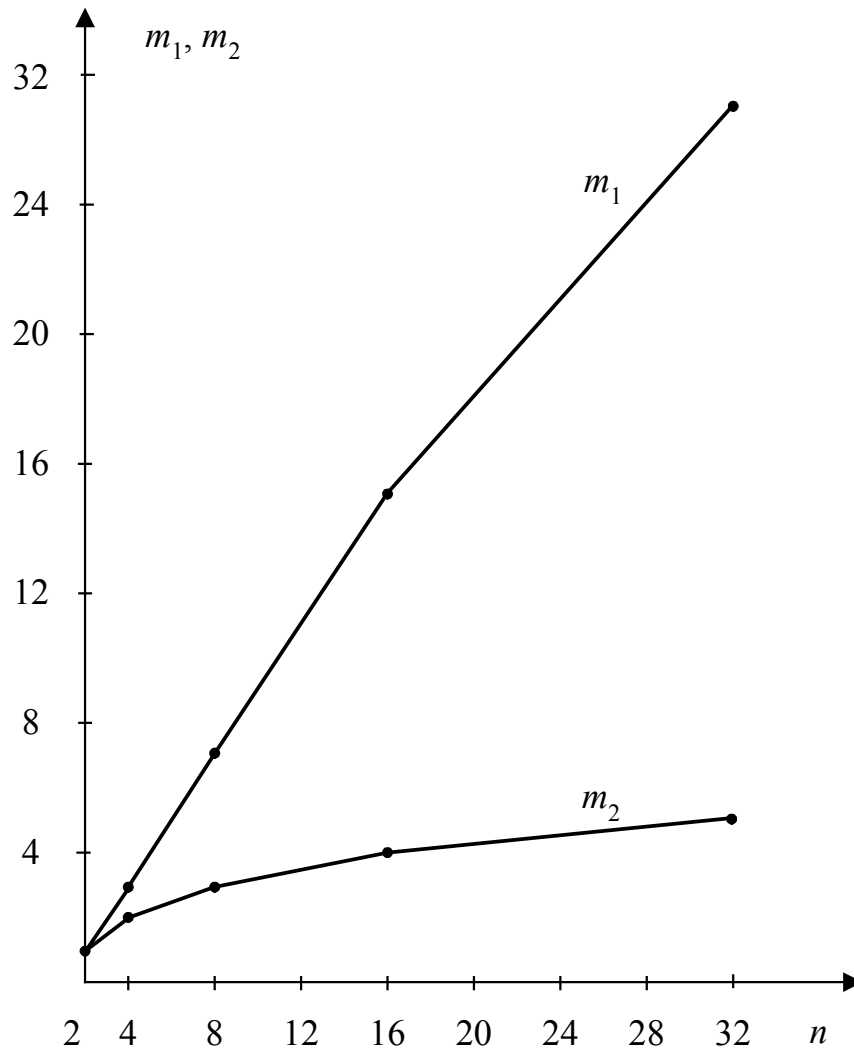


Рис. 1. Зависимость количества шагов итерации для МСВ (максимальное) и МИ от количества отрезков разбиения длиной Δl

Из графиков рис.1 следует, что для МИ количество требуемых итераций существенно меньше, чем максимальное количество итераций для МСВ. Однако практически, ввиду случайного характера поиска, осуществляемого МСВ, надо учитывать вероятностные характеристики определения отрезка, содержащего x_1 .

Вероятность правильного определения отрезка для МСВ можно определить по формуле:

$$P_k = (n - k + 1)^{-1} \quad (3)$$

Отметим, что частным случаем МСВ является метод последователь-

ной выборки (МПВ), когда отрезки длиной Δl выбираются последовательно (не случайно). Однако при равномерном законе распределения вероятности количественные оценки P_k для МСВ и МПВ совпадают.

Полагая $k = m_2$ в выражении (3), определим вероятность правильного определения для МСВ на шаге, последним для МИ:

$$P_{m2} = (n - \log_2 n + 1)^{-1} \quad (4)$$

Зависимость $P_{m2}(n)$ графически представлена на рис.2.

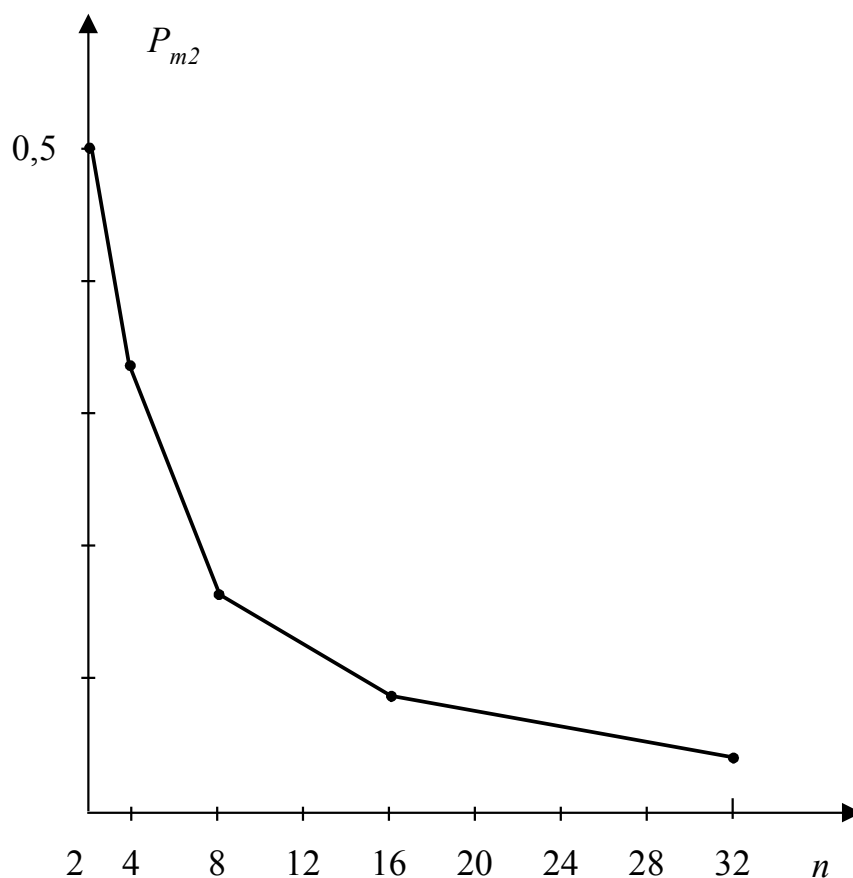


Рис. 2. Зависимость вероятности P_{m2} от n

Из рис. 2 следует, что даже при $n = 4$ вероятность правильного определения x_1 равна 0,33, что не может считаться удовлетворительным. При увеличении n значение P_{m2} резко уменьшается, стремясь к нулю.

Таким образом, метод исключений при реализации процесса итерации с большим n является более предпочтительным. Он позволяет за минимальное количество шагов определить с заданной точностью положение искомой точки или выделить элемент из заданного множества $\{M\}$.

Литература

1. Математический энциклопедический словарь. - М.: Советская энциклопедия, 1988. – 847 с.
2. Журавлев С.Ю., Буцынская Т.А. Особенности построения линейной части адресного аспирационного дымового пожарного извещателя // Интернет-журнал "Технологии техносферной безопасности"– июль 2007 №4 – <http://ipb.mos.ru/ttb>.