

П.А. Орлов<sup>1</sup>, И.Г. Дровникова<sup>2</sup>  
(<sup>1</sup>Академия Государственной противопожарной службы МЧС России,  
e-mail: info@academygps.ru; <sup>2</sup>Воронежский институт МВД России)

## МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА ОБУЧЕНИЯ

Рассмотрены основные методы, применяемые для моделирования учебного процесса в высшем учебном заведении и проведен их сравнительный анализ.

Ключевые слова: модель, учебный процесс, система.

## P.A. Orlov, I.G. Drovnikova THE MATHEMATICAL MODELING OF EDUCATION PROCESS.

The basic methods applied for modeling of educational process in a higher educational institution are considered and their comparative analysis is carried out.

Key words: modeling, education process, system.

Решение сложных задач управления в образовательной системе в настоящее время практически невозможно без предварительного моделирования процессов обучения.

Выбор вида модели определяется характером процесса и задачей управления. Основными видами задач, решаемыми с помощью моделирования в образовательной системе, являются:

1. Изучение текущего состояния учебного процесса.

Для имеющихся моделей определяют параметры и вычисляют значения выходных параметров, а также определяют взаимосвязи между отдельными параметрами и этапами.

2. Прогнозирование состояния знаний обучаемого и группы.

На основе оценок параметров при решении задач по п.1. возможно прогнозирование решения новых задач – аналогов.

3. Оптимизация управления учебным процессом.

Для множества реализаций случайного процесса обучения в результате совокупности управляющих воздействий может быть определена некоторая вероятностная мера [1]. Формируют функционал качества (полезности), который вычисляют для каждой комбинации из реализации случайного процесса и соответствующего управления. Задача оптимизации сводится к синтезу стратегии управления случайным процессом, при котором достигается экстремальное значение функционала качества.

Конечная цель моделирования - повышение эффективности учебного процесса за счет улучшения какого-либо его параметра (параметров). Например, в работе [2] предложен алгоритм функционирования компьютеризированной обучающей системы. По данным исходного тестирования в ней планируются параметры (количество шагов) обучения и по результатам промежуточного тестирования корректируется план достижения максимального положительного результата. Особенностью системы является ее самообучение по мере накопления данных для снижения статистической погрешности.

Основными видами математических моделей, применяемых при исследовании и управлении в образовательных системах, являются:

1. Аналитические зависимости основных параметров, характеризующих процесс (прежде всего, результат) обучения от времени. Поскольку при обучении всегда присутствует человеческий фактор, действие которого носит сложный психофизический характер, аналитические модели, как правило, носят вероятностный или статистический характер. Это увеличивает адекватность модели исходной системе за счет учета существенных свойств и связей, которые не поддаются детерминированному описанию.

Аналитические зависимости имеют ряд преимуществ, по сравнению с другими видами моделей. Во-первых, развитые математические методы позволяют преобразовывать выражения для получения наиболее удобного вида модели, характеризующей поведение исследуемой системы. Таким образом можно провести анализ в общем виде, определить оптимальные соотношения параметров для эффективного управления

Во-вторых, при подстановке численных значений параметров можно контролировать адекватность модели. При этом, однако, для эффективного применения аналитические модели не должны быть слишком сложными.

2. Графические модели.

Методы теории графов в настоящее время широко используются для моделирования изучения теоретического материала по темам, фасетных тестов и др. [3] При построении графовой модели вершинам графа соответствуют элементы знания по данной теме, а дугам – имеющиеся между этими элементами причинно-следственные связи. В силу специфики таких связей граф является ориентированным.

Динамика знаний может рассматриваться как одноэтапный или многоэтапный процесс. Под этапом обычно понимают изучение отдельного

раздела или всей учебной дисциплины, занимающей относительно небольшой период времени.

Для построения модели многоэтапного процесса обучения применяют сетевые модели динамики знаний. Под сетью понимают совокупность конечного числа этапов усвоения, контроля и диагностирования знаний, в которой циркулируют положения учебной дисциплины или типовые единицы деятельности в соответствии с матрицей перехода от одного этапа к другому [4]. Различают разомкнутые (открытые), замкнутые и смешанные сети динамики знаний, отличающиеся характеристиками входного потока учебного материала. Для больших по размерности сетей применяют аналитические приближенные методы анализа, которые совмещают противоречивые требования адекватности модели и простоты вычисления.

Следует отметить, что графические методы ограничены возможностями построений на плоскости и в трехмерном пространстве, поэтому теряют наглядность при усложнении модели.

В работах отечественных ученых получил развитие вероятностно-статистический подход к аналитическому моделированию учебного процесса [1, 3, 4]. Получение или забывание единицы знаний рассматривается как случайное событие, а обучение характеризуется параметрами, функционально связанными со временем.

При моделировании изучения учебной дисциплины процесс обучения определяется как суперпозиция потоков усвоения и забывания единиц учебного материала. На основе математического описания потоков моделируется изменение знаний в виде интегро-дифференциальных уравнений.

В более общем виде стохастический по своей природе процесс обучения рассматривается как полумарковский, при котором вероятность перехода из одного состояния в другое зависит как от исходного состояния, так и от состояния, в которое осуществляется переход [1]. Учитывая характер обучения, считают, что практически возможными являются лишь переходы в соседние состояния, которые могут зависеть от времени. В результате могут быть получены системы дифференциальных уравнений с зависящими от времени коэффициентами, которые не всегда имеют аналитические решения.

Вариант построения относительно простой модели такого рода изложен в работе [2]. В нем процесс передачи знаний на каждом шаге рассматривается как алгебраическая сумма процессов усвоения и забывания, причем вероятности переходов вправо или влево считаются равными. По-

лученное таким образом уравнение, характеризующее процесс передачи знаний пользователю в результате разложения в ряд Тейлора и ограничения его членами, содержащими производные по времени не выше второго порядка, является дифференциальным 2-го порядка гиперболического типа. Данное уравнение используется для моделирования учебного процесса путем задания различных краевых условий, соответствующих поставленной задаче.

Таким образом, математическое моделирование активно используется в современных образовательных системах. Этому способствует в настоящее время широкое применение вычислительной техники, позволяющее в оперативном режиме решать задачи управления учебным процессом на основе разработанных математических моделей различного вида.

#### Литература

1. Свиридов А.П. Основы статистической теории обучения и контроля знаний: Метод. пособие. – М.: Высш. школа, 1981. – 263 с., ил.
2. Бояринов Д.А. Проектирование личностно-ориентированой обучающей системы: дис. канд. пед. наук. – Смоленск, 2004. – 204 с.
3. Сыгодина М.В. Моделирование процесса обучения в высшем учебном заведении: дис. канд. тех. наук. – Москва, 2005.
4. Свиридов А.П., Шалобина И.А. Сетевые модели динамики знаний / под ред. Ю.Н. Мельникова. – М.: Изд-во МЭИ, 1992. – 88 с.

Статья поступила в редакцию Интернет-журнала 19 января 2009 г.