А.В. Нестеров[1], Ю.В. Прус[2]
([1]Российский государственный социальный университет,
[2]Академия Государственной противопожарной службы МЧС России;
e-mail: andrenesterov@yandex.ru)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВТОРИЧНОЙ МИГРАЦИИ ЗАГРЯЗНЕНИЙ В АТМОСФЕРЕ ПРИ ВЕТРОВОМ ПОДХВАТЕ

В статье дано описание математической модели процесса переноса примеси в атмосфере при ветровом подхвате с подстилающей поверхности.

Ключевые слова: модель, почва, поверхность, атмосфера.

A.N. Nesterov, Yu.V. Prus

SIMULATION OF SECONDARY MIGRATION OF CONTAMINANTS IN THE ATMOSPHERE WITH THE WIND PICKED UP

In article is given description to mathematical model of the process of the carrying admixture in atmosphere at ветровом catch with laying under surfaces.

Key words: model, ground, surface, atmosphere.

Математические модели процессов переноса используется в различных областях. Модели переноса примесей в природных средах, как правило, представляют собой системы дифференциальных уравнений с соответствующими начальными и краевыми условиями. Очень часто такие уравнения (или часть уравнений) оказываются сингулярно возмущенными, т.е. содержащими малые параметры при старших производных.

В рассматриваемых ниже моделях процессов переноса, как правило, выполняется закон сохранения массы. С точки зрения теории сингулярных возмущений это обстоятельство усложняет построение асимптотического решения, так как эти задачи относятся к так называемому критическому случаю [2].

Одним из характерных примеров таких задач являются задачи описания распространения примесей в окружающих средах (атмосфера, почва, водные системы). Этой тематике посвящена многочисленная литература (хороший обзор литературы, посвященной распространению примесей в атмосфере, имеется в работе [3]). При моделировании распространения примесей в сложных системах, состоящих из атмосферы, подстилающей поверхности, слоев почвы, приходится описывать процессы с весьма разными временными и пространственными диапазонами. Так, характерное время процессов в атмосфере – это часы, в то время как характерное время диффузии примеси вглубь почвы – это месяцы и годы. Если учитывать быстропротекающие химические реакции (характерное время – от секунд до часов), процессы сорбции и десорбции (характерное время – часы), то задача становиться многомасштабной с соотношением масштабов $10^4 - 10^6$. Большое количество входных данных функционального вида (начальные и краевые условия, коэффициенты диффузии, скорости переноса и т.д.) не позволяет с помощью численных методов определить зависимость решения от них. Даже однократный численный расчет полной модели с заданными значениями входных данных в этом случае становиться весьма сложным ввиду того, что системы уравнений являются сингулярно возмущенными, что не позволяет применять для расчета стандартные разностные схемы. Вместе с тем применение к данным задачам методов малого параметра, в первую очередь метода пограничных функций ([2], угловых пограничных функций и их модификаций, позволяет получать содержательные результаты, использующиеся на практике.

Постановка задачи

1. Традиционные задачи атмосферной диффузии связаны с описанием процесса распространения примеси от локальных или распределенных источников, расположенных в пограничном слое атмосферы. Как правило, в таких задачах режим работы источника задается, а функцией атмосферы является только перенос и разбавление струи или облака примеси. Однако ситуация несколько меняется, если рассматривать дальнейшую миграцию примеси после того, как облако примеси осело на подстилающую поверхность. При этом роль источника примеси будет играть уже сама подстилающая поверхность, и ветровой подхват примеси, и ее дальнейший перенос будут в сильной степени зависеть от состояния этой поверхности (ее увлажненности, механического состава почв, прочности сорбции примеси с поверхностью и т.д.).

Решение задачи вторичной ветровой миграции загрязняющих веществ в общем случае пока невозможно. Некоторый прогресс имеется в параметризации переноса песка при пыльных бурях. Изучение этого процесса велось достаточно длительное время, а детальная его теория представлена в работе [1]. Однако и в этой теории остается открытым вопрос об определении количества поднятой пыли, а основное внимание уделяется изучению универсальных профилей концентрации при различных состояниях устойчивости атмосферы. Обычно же в практике широко используют эмпирические величины, такие как интенсивность ветрового подхвата и коэффициент ветрового подхвата. Достаточно подробные обзоры, посвященные этим подходам, приведены в [6, 7].

Данная статья посвящена долговременной миграции загрязняющих веществ за счет их ветрового подъема. При этом, как показано в статье, в описание удается включить такую величину, как коэффициент ветрового подъема R, определяемый отношением концентрации примеси в воздухе к поверхностной концентрации на почве. Хотя по этой величине накоплен значительный экспериментальный материал, однако в литературе сохранилось отношение к ней как курьезу, неоправданно с физической точки зрения используемой в расчетах [6]. Поэтому в этой статье также показано, в каких случаях использование величины R обосновано.

2. Будем предполагать, что распространение тяжелой примеси в атмосфере описывается полуэмпирическим уравнением турбулентной диффузии. Направив координаты x, y по горизонтали, а z – по вертикали, запишем его в виде:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla(\overline{V}C) - w\frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial C}{\partial z}(K_z \frac{\partial C}{\partial z}) + \nabla(K\nabla C), \quad (1)$$

где C - концентрация примеси в атмосфере;

∇ – оператор"набла" по переменным x, y;

$\overline{V}$ – горизонтальная компонента скорости ветра;

w – скорость оседания примеси;

K, K_z – коэффициенты турбулентной диффузии по горизонтали и вертикали соответственно.

К уравнению (1) необходимо присоединить краевое условие на подстилающей поверхности $z=0$. Пусть $C_s(x, y)$ – поверхностная концентрация примеси, тогда граничное условие при наличии осаждения на поверхность и вторичного подъема запишется в виде [6, 8]

$$(K_{az}\frac{\partial C}{\partial z} + wC)|_{z=0} = \frac{\partial C_s}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial C_s}{\partial t} = V_g C|_{z=0} - \alpha_s C_s, \quad (3)$$

где V_g – скорость сухого осаждения, α_s – интенсивность ветрового подъема.

Условие (2) выражает баланс массы на поверхности $z=0$, условие (3) описывает изменение поверхностной концентрации C_s за счет осаждения примеси из атмосферы $V_g C|_{z=0}$ и ветрового подхвата $\alpha_s C_s$. При отсутствии подхвата $(\alpha_s = 0)$ условия (2), (3) переходят в известное краевое условие, предложенное Мониным [5]. Коэффициенты V_g и α_s отражают процессы взаимодействия примеси с подстилающей поверхностью и процессы ветрового подхвата. Они сложным образом зависят от свойств примеси, поверхности, метеорологических условий и т.д. [6, 7]. В общем случае необходимо решать систему уравнений (1), (3) с граничным условием (2) при соответствующих начальных условиях $C(x, y, z, 0) = C_0(x, y, z)$,

$C_s(x,y,0) = C_{s0}(x,y)C$. Эта задача сложна как в математическом плане, так и в отношении обеспеченности данными, поскольку теоретическая и экспериментальная оценки величин V_g и α_s достаточно трудоемки. Однако в некоторых важных для практики ситуациях систему (2, 3) можно существенно упростить.

3. Рассмотрим задачу о ветровой миграции для случая, когда характерное время вертикального перемешивания много меньше времени горизонтального движения. Кроме того, предположим, что установление равновесия между концентрациями примеси в атмосфере и на подстилающей поверхности происходит быстро, по сравнению с временным масштабом горизонтальных движений. Пусть h – характерная глубина слоя атмосферы, в котором находится примесь. Величину h можно грубо оценить как K_z / w, что при $w \geq 1$ *см/с* дает $h \leq 100$ *м*. Масштабом скорости вертикальных атмосферных движений является скорость трения U_*, указанные выше соотношения характерных времен можно записать в виде:

$$max(h/U_*, h/V_g) << 1,$$

где T – характерное время горизонтального переноса примеси;

h/V_g – характерное время установления равновесия между атмосферой и подстилающей поверхностью;

h/U_* – характерное время вертикального перемешивания.

Такое соотношение времен справедливо, например, для переноса примеси со скоростью оседания $w > 1$ *см/с* на расстояния порядка сотен километров и больше со средней скоростью несколько метров в секунду. При этом характерное время горизонтального переноса T имеет порядок 10^5 *с* и больше, а времена установления равновесия и вертикального перемешивания – $10^3 - 10^4$ *с* и меньше, и необходимое соотношение времен выполняется.

Для выделения в уравнении (1) малого параметра перейдем к безразмерным переменным x_1, y_1, z_1, t_1, переменной C_{s1}, имеющей размерность ML^{-3}, с помощью соотношений

$$t = t_1 T, x = x_1 L, y = y_1 L, z = z_1 L, Cs = C_{s1} h, ,$$

где L_0 – характерный горизонтальный масштаб переноса (сотни километров);

T_0 – характерное время горизонтального переноса (10^5 *с* и больше).

После этого, опустив для краткости записи индекс 1 у новых переменных, запишем уравнения (2), (3) в виде

$$\varepsilon\left(\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla(\overline{V}C) - \nabla(k\nabla C)\right) = \frac{\partial}{\partial z}\left(k_z \frac{\partial C}{\partial z} + \frac{w}{U_*}C\right), \qquad (4)$$

$$\varepsilon \frac{\partial C_s}{\partial t} = (k_z \frac{\partial C}{\partial z} + \frac{w}{U_*} C)\,|_{z=0}, \tag{5}$$

$$\varepsilon \frac{\partial C_s}{\partial t} = \frac{V_g}{U_*} (C\,|_{z=0} - hRC_s). \tag{6}$$

где $\varepsilon = h/(TU_*)$ – малый параметр, так как в силу соотношения между характерными временами $0 < \varepsilon << 1$;

$V = V/V_0, k = K/(V_0 L_0, k_z = K_z/(U_* h)$ - безразмерные величины, зависящие, вообще говоря, от безразмерных переменных x, y, z, t,

V_0 – характерная скорость горизонтального переноса (порядка метров в секунду).

При выводе (4)-(6) полагалось, что $l_0/V_0 \cong T$. Присутствие малого параметра позволяет упростить систему (4)-(6). Для нахождения асимптотики решения задачи при малых ε применим алгоритм пограничных разложений решений сингулярно возмущенных уравнений в критическом случае [2]. Не касаясь вопросов обоснования асимптотики, найдем первые члены разложения решения по степеням малого параметра ε. Решение (точнее регулярный ряд асимптотики) будем искать в виде:

$$C = C^{(0)} + \varepsilon C^{(1)} + ..., C_s = C_s^{(0)} + \varepsilon C_s^{(1)} + ...$$

Подставляя разложение в (4)- (6) и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях ε, получим в нулевом приближении (ε^0):

$$\frac{\partial}{\partial z}(k_z \frac{\partial C^{(0)}}{\partial z} + \frac{w}{U_*} C^{(0)}) = 0, \tag{7}$$

$$\left(k_z \frac{\partial C^{(0)}}{\partial z} + \frac{w}{U_*} C^{(0)} \right)|_{z=0} = 0, \tag{8}$$

$$C^{(0)}\,|_{z=0} = hRC_s^{(0)}, \tag{9}$$

откуда

$$C^{(0)} = \phi^{(0)}(z)\psi^{(0)}(x, y, t), \tag{10}$$

$$\phi^{(0)}(z) = \exp\left(-\frac{w}{U_*} \int_0^z \frac{dz'}{k_z(z')} \right), \tag{11}$$

$$C_s^{(0)} = \frac{1}{hR}\,|_{z=0} = \frac{1}{hR}\psi^{(0)}(x, y, t), \tag{12}$$

где $\psi^{(0)}(x, y, t)$ – не определенная пока функция. Для ее нахождения рассмотрим следующие члены разложения. Приравняв коэффициенты при членах порядка ε, получаем:

$$(\frac{\partial C^{(0)}}{\partial t}+\nabla(\overline{V}C^{(0)})-\nabla(k\nabla C^{(0)}))=\frac{\partial}{\partial z}(k_z\frac{\partial C^{(1)}}{\partial z}+\frac{w}{U_*}C^{(1)}), \tag{13}$$

$$(k_z\frac{\partial C^{(1)}}{\partial z}+\frac{w}{U_*}C^{(1)})|_{z=0}=\frac{\partial C_s^{(0)}}{\partial t}, \tag{14}$$

$$\frac{\partial C_s^{(0)}}{\partial t}=\frac{V_g}{U_*}(C^{(1)}|_{z=0}-hRC_s^{(1)}). \tag{15}$$

Проинтегрируем первое уравнение системы (13)-(15) по z от 0 до h, предполагая, что на уровне h поток пренебрежимо мал (можно положить $h=\infty$). После подстановки $\phi^{(0)}(z)\psi^{(0)}(x,y,t)$ с учетом граничного условия и уравнения для $C_s^{(0)}$ получим следующее уравнение для определения функции $\psi^{(0)}(x,y,t)$:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(1+\frac{1}{\gamma hR}\psi^{(0)}\right)+\nabla(\overline{V}\psi^{(0)})=\nabla(k\nabla\,\psi^{(0)}), \tag{16}$$

где $\gamma=\int_0^h\phi^{(0)}(z')dz'$.

К уравнению (16) необходимо добавить начальное условие, которое выражает баланс массы при $t=0$, записанное через функцию $\psi^{(0)}(x,y,t)$:

$$\gamma\left(1+\frac{1}{\gamma hR}\right)\psi^{(0)}(x,y,0)=C_{s0}(x,y)+\int_0^h C_0(x,y,z)dz', \tag{17}$$

Более строгое условие (17) можно получить, рассматривая члены асимптотики, описывающие процесс установления равновесия между C и C_s, в начальный момент времени и зависящие от быстрой переменной $\tau=t/\varepsilon$ [2].

Уравнение (16) совместно с условием (17) описывает (с точностью до величин порядка ε) перенос примеси по горизонтали; функция $\phi^0(z)$ дает вертикальный профиль примеси. Задача (16)-(17) намного проще исходной трехмерной задачи (1)-(3), поскольку содержит только две пространственные переменные и одну искомую функцию ψ^0 (а не две: C и C_s).

Физически смысл полученного решения очевиден. Перенос примеси по горизонтали и вертикали при $\varepsilon<<1$ происходит независимо, уравнение (1) "распалось" на вертикальное (7) и горизонтальное (16).

Вертикальный профиль концентрации соответствует стационарному, и в каждый момент времени существует равновесие между концентрацией в воздухе и на почве $C|_{z=0}=hRC_s$. Этот результат есть естественное следствие из соотношения характерных времен.

Перенос по горизонтали определяется уравнением (7), которое соответствует "горизонтальной" части уравнения (1), но с множителем $(1+1/(\gamma hR))$ перед производной $\partial C/\partial t$, который учитывает замедление переноса примеси по горизонтали в $(1+1/(\gamma hR))$ раз, вследствие осаждения и вторичного подъёма по сравнению со случаем отсутствия указанных процессов.

Величина R есть коэффициент распределения между содержанием примеси на почве C_s и концентрацией примеси в атмосфере вблизи поверхности $C|_{z=0}$ (общепринятое название – "коэффициент ветрового подъема"). Действительно, при переходе к исходным величинам из (10) следует $C_{z=0} = RC_s$. Безразмерная величина γhR равна отношению поверхностной концентрации примеси к ее полному содержанию в столбе атмосферного воздуха в толще от $z=0$ до $z=h$. Таким образом, при выполнении указанного выше соотношения характерных времен для описания переноса примеси при наличии подхвата вполне достаточно одного коэффициента ветрового подхвата R, а знание V_g и α_s по отдельности не является необходимым; более того, при этом $R = \alpha_s / V_g$. Профиль примеси по вертикали является стационарным, а перенос по горизонтали определяется уравнением (16) с начальным условием (17).

Таким образом, скорость продвижения или расширения загрязненной области существенно зависит от коэффициента ветрового подъема. Формулы (10-15) могут быть использованы в практических оценках динамики пятна загрязнения. Следует, однако, иметь в виду, что они справедливы для стационарных метеоусловий при постоянном направлении ветра. Обычно такие ситуации могут иметь место в течение нескольких суток, и их следует рассматривать как экстремальные. Если рассматривать длительные промежутки времени (месяц, сезон, год), то необходимо учитывать изменчивость скорости и направления ветра, а также возможные вариации величин h и R. При этом основную роль в формировании пятна загрязнения будет играть не турбулентность, а изменчивость направления ветра. Поэтому в первом приближении можно исходить из рассмотрения возможных траекторий движения загрязнителя в плоскости (x, y). Уравнение такой траектории с учетом взаимодействия с подстилающей поверхностью имеет вид:

$$\frac{dx_\alpha}{dt} = hRV_\alpha \equiv V_e(x, y, t), \tag{18}$$

причём $V_e(x, y, t)$ – эффективная случайная скорость продвижения меченой частицы.

Таким образом, предложенный подход позволяет решать задачи долговременной эволюции пятен загрязнения за счет ветрового подъема примеси с подстилающей поверхности. В качестве входной информации используются характерные высота слоя загрязнения $\overline{h}$, коэффициент ветрового подъема R (или интенсивность подъема α_s), скорость сухого осаждения V_g и среднеклиматическая скорость. Для изотропной розы ветров следует использовать дисперсию скорости за рассматриваемый период.

Литература

1. Баренблатт Г.И., Голицын Г.С. Локальная структура развитых пыльных бурь. – М.: Изд-во МГУ, 1973.

2. Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Сингулярно возмущенные уравнения в критических случаях. – М.: Изд-во МГУ, 1978.

3. Бызова Н.Л., Гаргер Е.К., Иванов В.Н. Экспериментальные исследования атмосферной диффузии и расчеты рассеяния примеси. - Л.: Гидрометеоиздат, 1991. – 275 с.

4. Кляцкин В.И. Статистическое описание динамических систем с флуктуирующими параметрами. – М.: Наука, 1975.

5. Монин А.С. О граничном условии на поверхности земли для диффундирующей примеси // В сб.: Атмосферная диффузия и загрязнение воздуха. - М.: ИЛ, 1962.

6. Трансурановые элементы в окружающей среде / Пер. с англ. – М.: Энергоатомиздат, 1985.

7. Schmel G. Deposition and resuspesion // In Athmospheric science and power production, J. Randerson (ed.), 1984.

8. Slinn W. Formulation and solution of diffusion-de position-resuspension problem. - Atmos. Environ. 1976, vol. 10, № 3.

9. Soo S.L., Chen F.F. The boundary conditions of the diffusion equation. - Powder Technol., 1982, vol. 31.

Статья поступила в редакцию Интернет-журнала 3 июня 2009 г.