

А.Л. Холостов
(Академия Государственной противопожарной службы МЧС России;
e-mail: info@academygps.ru)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ СИСТЕМЫ МОНИТОРИНГА КРИТИЧЕСКИ ВАЖНОГО ОБЪЕКТА ПРОМЫШЛЕННОСТИ

Аннотация. Разработан метод имитационного моделирования функционирования элементов систем мониторинга критически важных объектов промышленности с использованием безбуферного узла сети массового обслуживания.

Ключевые слова: мониторинг, моделирование, сети массового обслуживания.

A.L. Holostov

MODELING OF THE OPERATION SYSTEM ELEMENT MONITORING CRITICALLY IMPORTANT OBJECT TO INDUSTRY

Abstract. Designed method of simulation modeling of the operation system element monitoring critically important object to industry with use node without buffer to network of mass service.

Key words: monitoring, modeling, network of mass service.

Статья поступила в редакцию Интернет-журнала 15 мая 2010 г.

Введение

Анализ и синтез многих сложных систем осуществляется с использованием математического аппарата теории сетей массового обслуживания (СеМО) [1, 2], позволяющих также моделировать работу различных элементов автоматизированных систем безопасности и жизнеобеспечения [3], в том числе и элементов системы мониторинга критически важных объектов промышленности [4].

В ряде случаев применение классических методов оценки времени обслуживания вызовов без учета специфических особенностей функционирования элементов системы мониторинга критически важных объектов может быть неудовлетворительным. В частности, входной поток заявок принимается пуассоновским, а время обслуживания – подчинено экспоненциальному закону, что не всегда правильно отражает режим функционирования элементов таких систем.

Типовыми элементами СеМО являются узлы с буферами (накопителями) и без них, сумматоры и делители потоков, "клапаны" и т.п., из набора которых в формализованном виде могут быть представлены многие сети и осуществлено моделирование их функционирования [5].

Проблема

Тем не менее, моделирование работы СеМО в целом и их узлов возможно, как правило, только численно, что затрудняет интерпретацию получаемых результатов и требует многократного повторения расчетов для различных условий функционирования одной и той же сети, что перерастает в серьезную проблему при отсутствии специальных компьютерных технологий (например, GPSS). В этой связи актуальным представляется построение некоторых универсальных аналитических моделей типовых узлов СеМО, одним из которых является безбуферный узел.

Справедливости ради следует отметить, что такая модель для вероятности отказа безбуферного узла, являющегося одноканальной системой массового обслуживания [6], получена при условии, что входной поток сигналов (заявок) пуассоновский с интенсивностью λ , а время обслуживания заявок подчинено экспоненциальному закону с интенсивностью μ и имеет вид [7]:

$$P_{отк} = \frac{\alpha}{1 + \alpha}, \quad (1)$$

где $P_{отк}$ – вероятность того, что при входе очередного сигнала канал окажется занятым обслуживанием ранее поступившего сигнала, т.е. будет иметь место отказ в обслуживании;

$\alpha = \lambda / \mu$ - приведенная нагрузка.

Однако, это скорее исключение, подтверждающее правило. При различных сочетаниях законов поступления $\varphi(t)$ и обслуживания $\psi(t)$ (под функциями $\varphi(t)$ и $\psi(t)$ понимаются плотности вероятности распределения времени поступления сигналов и их обслуживания соответственно) отсутствуют обобщенные выражения для оценки вероятности отказа узла, не говоря уже об аналитических выражениях для вероятностных характеристик обслуженных $\varphi_o(t)$ и необслуженных (отказных) сигналов $\varphi_n(t)$.

В этой связи предпринята попытка аналитического описания безбуферного узла путем установления взаимосвязей между "выходными" характеристиками узла (вероятность отказа и распределения $\varphi_o(t)$ и $\varphi_n(t)$) и "входными" характеристиками - распределения $\varphi(t)$ и $\psi(t)$.

Подход к решению проблемы

Примем следующие допущения о порядке работы узла - входной поток сигналов стационарный и подчинен закону $\varphi(t)$, время обслуживания каждого сигнала также стационарно, подчинено закону $\psi(t)$ и не зависит от предыдущих состояний узла, потока входных сигналов или каких-либо других факторов; узел может пребывать в двух состояниях - свободном и занятом; если при приходе очередного сигнала узел свободен, то сигнал обслуживается в течение случайного промежутка времени, подчиняющегося закону $\psi(t)$ (в один момент времени два сигнала прийти не могут), и выходит из узла, а если узел занят обслуживанием ранее поступившего сигнала, то пришедший сигнал получает отказ в обслуживании. При этом на выходе из узла образуется два потока - обслуженные сигналы, время между которыми подчинено закону $\varphi_o(t)$, и "отказные" сигналы, выходящие с интервалами, подчиненными закону $\varphi_n(t)$ (рис. 1). В дальнейшем "обслуженный" поток может подаваться на другой узел, а его отказной поток - на следующий узел и т.д., а потоки обслуженных сигналов суммируются (т.е. реализуется каскадная схема – рис. 2 а), либо "отказной" поток сигналов может снова подаваться на вход узла (т. е. реализуется закольцованная схема - рис. 2 б), но рассмотрение таких схем уже выходит за рамки данной статьи.

Описанный порядок работы безбуферного узла (рис. 1) реализуется компьютерной программой, осуществляющей имитационное моделирование процесса поступления-обработки сигналов по методу Монте-Карло [2, 8] – блок-схема программы представлена на рис. 3. В качестве датчика случайных чисел использовалась подпрограмма RANDU [9], а оценка точности проводилась по двум критериям – по стабилизации получаемых результатов при варьировании числа циклов N (рис. 4) и по степени совпадения характеристик воспроизводимых тестовых законов $\varphi(t)$ и $\psi(t)$ (рис. 5). Как видно из рис. 4 и 5, точность программы вполне приемлема (хотя имеет смысл в дальнейшем провести работу по совершенствованию датчика случайных чисел, например, на базе таблиц [10]).

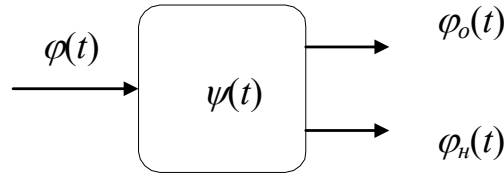


Рис.1. Схема потоков в безбуферном узле

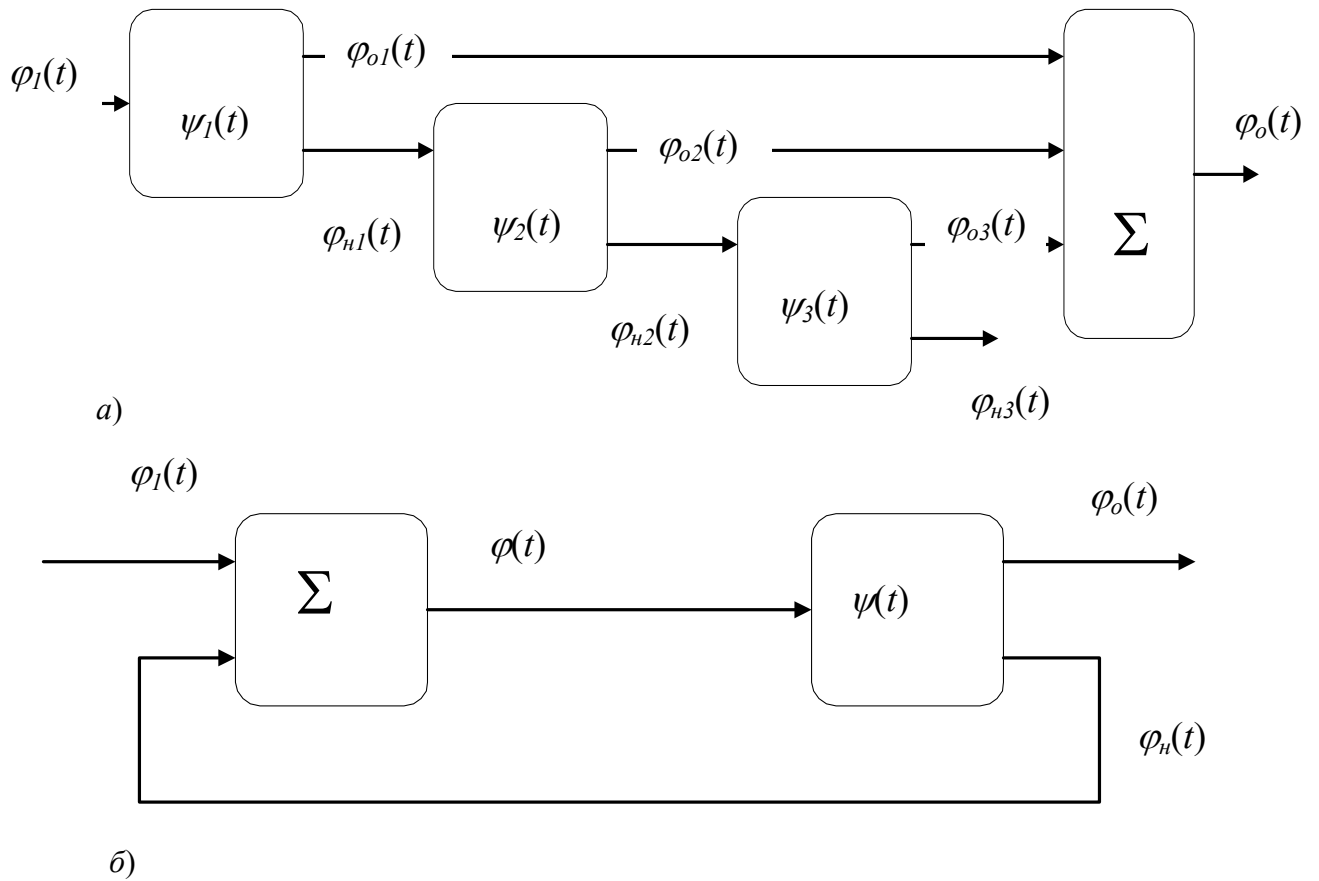


Рис. 2. Схемы распределения сигналов – каскадная (а) и закольцованная (б):
 Σ - сумматор; $\varphi_i(t)$ - входной поток сигналов;
 ψ_i - закон обслуживания сигналов в i -ом узле;
 $\varphi_{oi}, \varphi_{ni}$ - законы выходных потоков из i -го узла обслуженных
и "отказных" сигналов соответственно

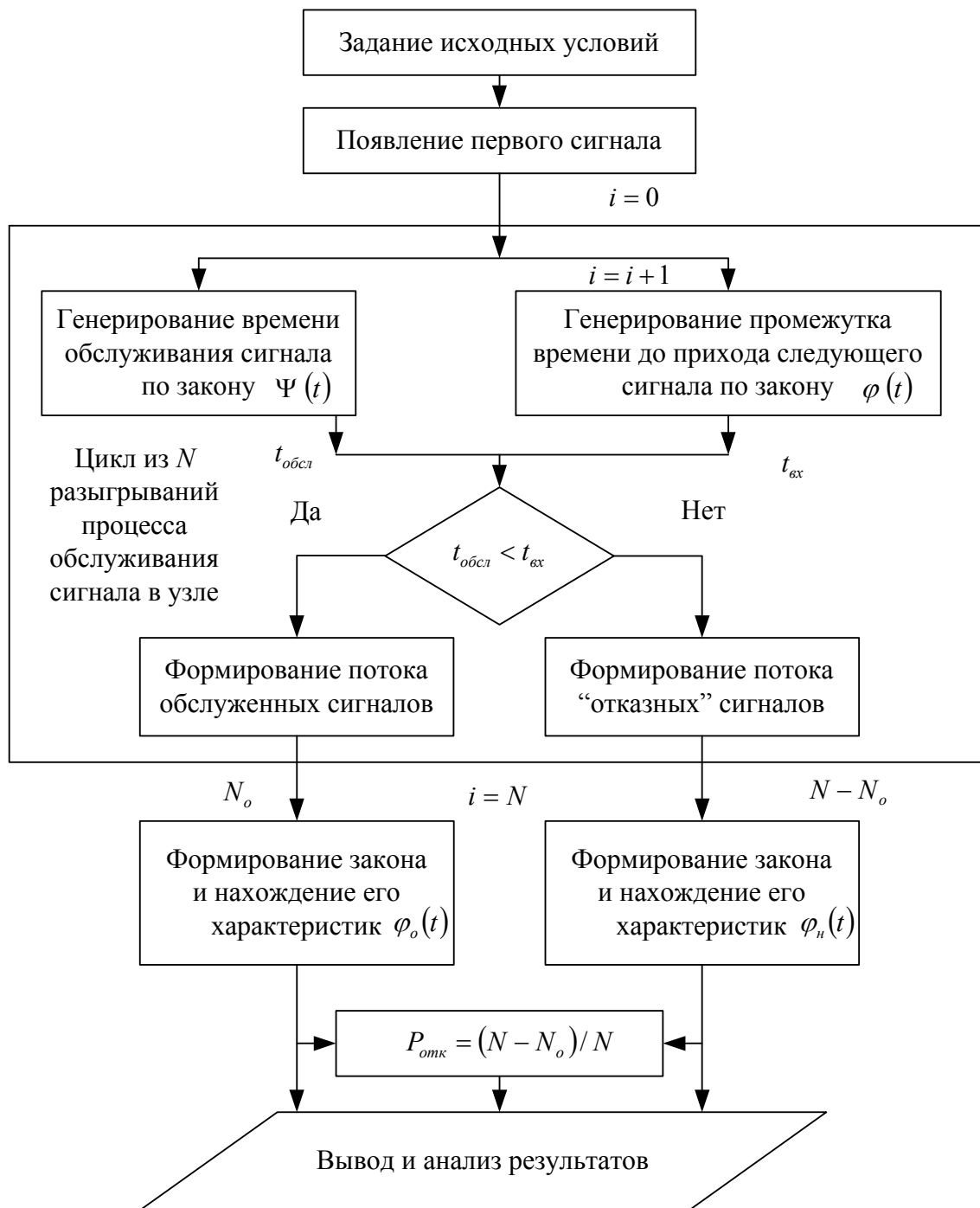
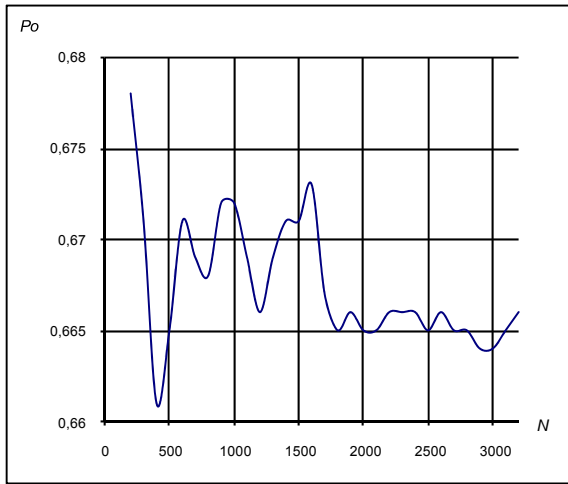
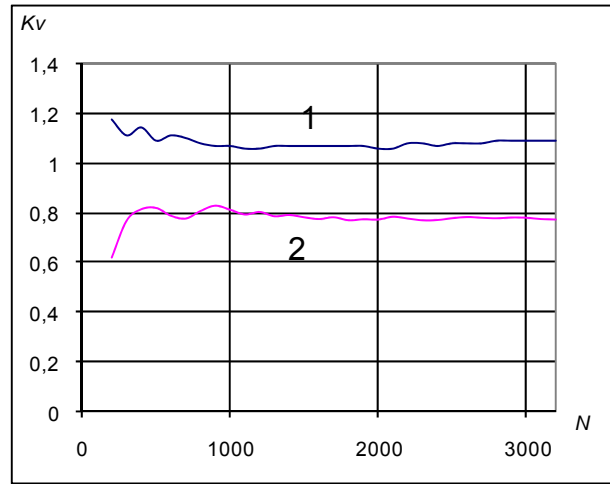


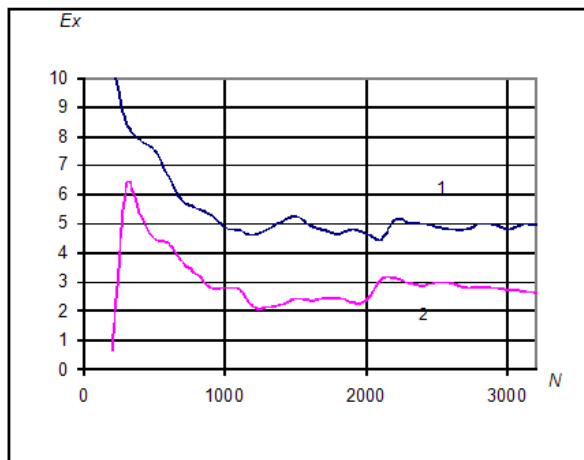
Рис. 3. Блок-схема программы имитационного моделирования работы безбуферного узла СеМО (N_o - число обслуженных сигналов)



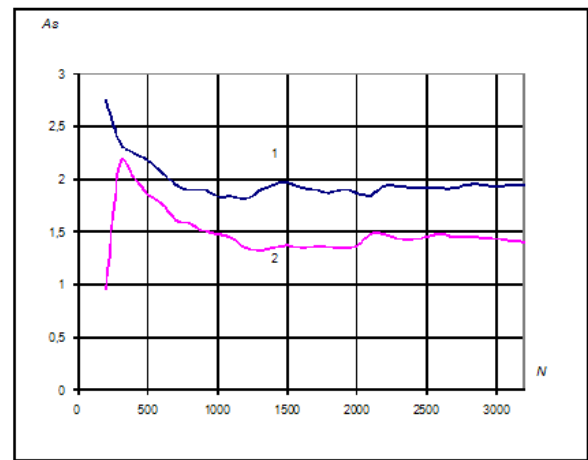
a



б



в



г

Рис. 4. Стабилизация получаемых характеристик по мере увеличения числа циклов N :
 а – вероятность обслуживания сигнала при Пуассоновском входном потоке и экспоненциальном законе обслуживания (схема П-Э), при $\alpha = 0,65$;
 б, в, г – коэффициенты вариации Kv , асимметрии As и эксцесса Ex соответственно при тех же условиях;
 1 – обслуженный поток, 2 – "отказной" поток

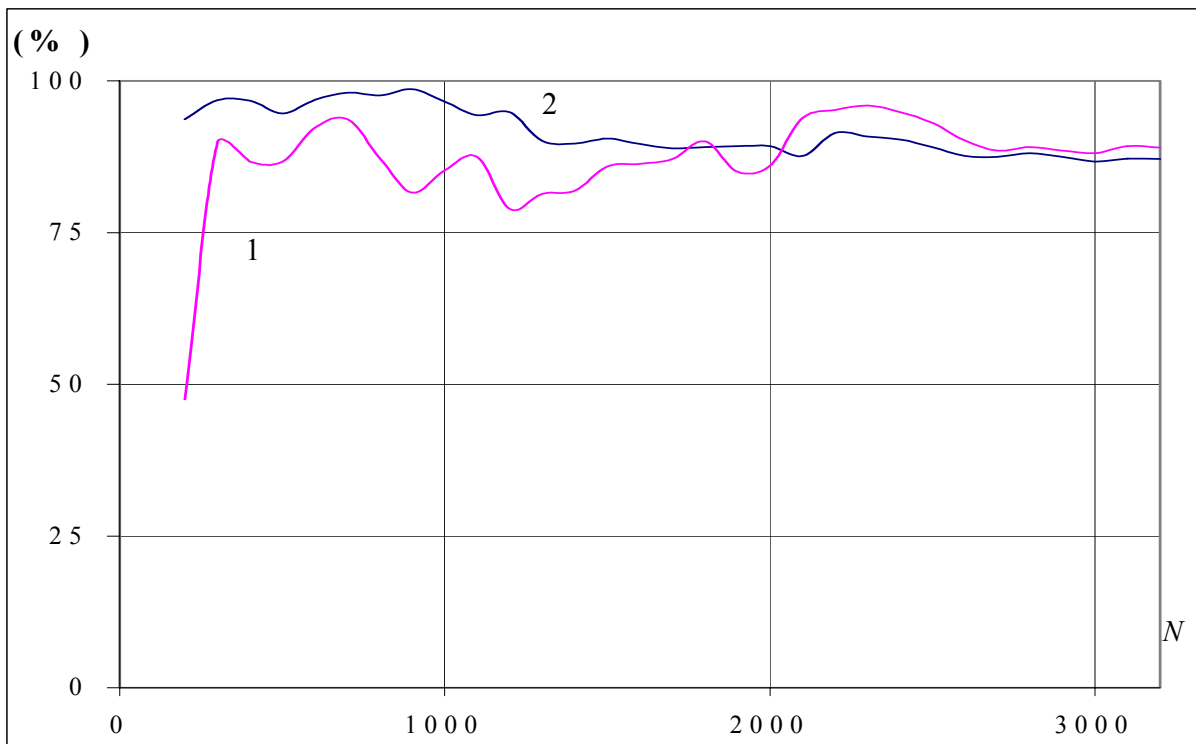


Рис. 5. Степень соответствия (%) генерируемого Пуассоновского потока сигналов (1) и экспоненциального закона их обслуживания (2) "идеальным" законам (100 %)

Основные результаты и их обсуждение

В процессе имитационного моделирования работы безбуферного узла, осуществленного с помощью разработанной программы, моделировались три основных вида законов $\varphi(t)$ и $\psi(t)$ - экспоненциальный (применительно к потоку входных сигналов, подчиненных пуассоновскому закону, время между двумя сигналами подчинено экспоненциальному закону [7]), равномерной плотности и детерминированный (программа позволяет разыгрывать любой закон $\varphi(t)$ и/или $\psi(t)$ в виде гистограммы).

В результате проведенного моделирования для различных сочетаний законов $\varphi(t)$ и $\psi(t)$ было установлено, что вероятность отказа узла в обслуживании сигнала зависит от нагрузки α (т. е. соотношения между средней продолжительностью $t_{об}$ обслуживания сигналов и средним интервалом их поступления t_{ex}), но не от абсолютных величин $t_{об}$ и t_{ex} . Сочетание пуассоновского входного потока $\varphi(t)$ и экспоненциального закона обслуживания $\psi(t)$ доказано теоретически [7] и следует из выражения (1). Зависимость величины вероятности отказа узла от нагрузки приведена на рис. 6 (для удобства можно пользоваться и обратной характеристикой - вероятностью обслуживания $P_o = (1 - P_{отк})$).

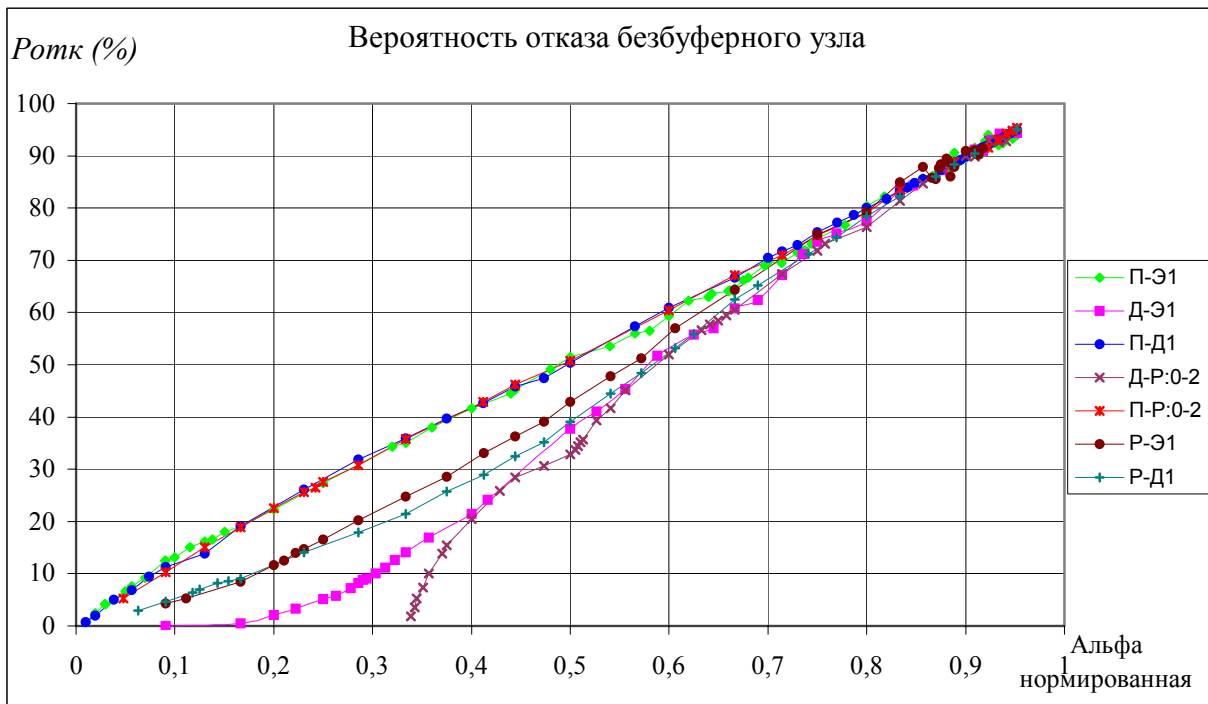


Рис. 6. Вероятность отказа безбуферного узла при различных сочетаниях "закон поступления – закон обслуживания заявок"

Из анализа полученных результатов можно сформулировать следующее утверждение: для сочетаний "входной поток пуассоновский - время обслуживания экспоненциальное (П-Э), входной поток пуассоновский - время обслуживания детерминированное (П-Д) и входной поток детерминированный - время обслуживания экспоненциальное (Д-Э)" вероятность обслуживания сигнала в рассматриваемом узле определяется из выражения:

$$P_o = \left(1 + \frac{t_o}{t_n} \right)^{-1}, \quad (2)$$

где t_o , t_n - средние интервалы выхода обслуженных и необслуженных ("отказных") сигналов из узла соответственно (мат. ожидания законов $\varphi(t)$ и $\psi(t)$).

К сожалению, отсутствие строгого математического обоснования выражения (2) не позволяет представить данное утверждение в виде теоремы.

По результатам моделирования было установлено, что на характеристики законов $\varphi_o(t)$ и $\varphi_n(t)$ (математические ожидания t_o и t_n , коэффициенты вариации K_v , асимметрии As и эксцесса Ex этих законов) влияют не абсолютные значения средних времен t_{ex} и $t_{o\bar{o}}$, а их отношение, т.е. нагрузка α . При этом имеет смысл пользоваться относительными значениями t_o/t_{ex} и t_n/t_{ex} [11] Результаты моделирования в графическом виде представлены на рис. 7-9.

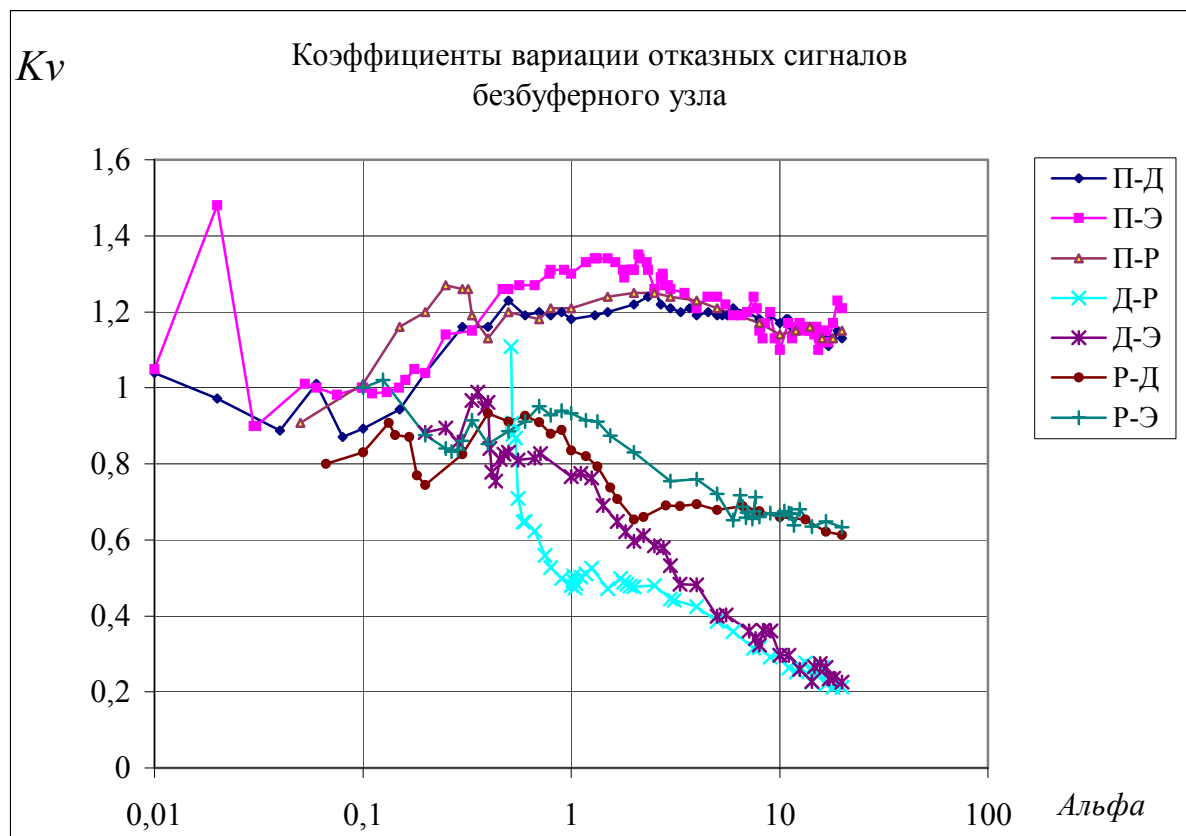
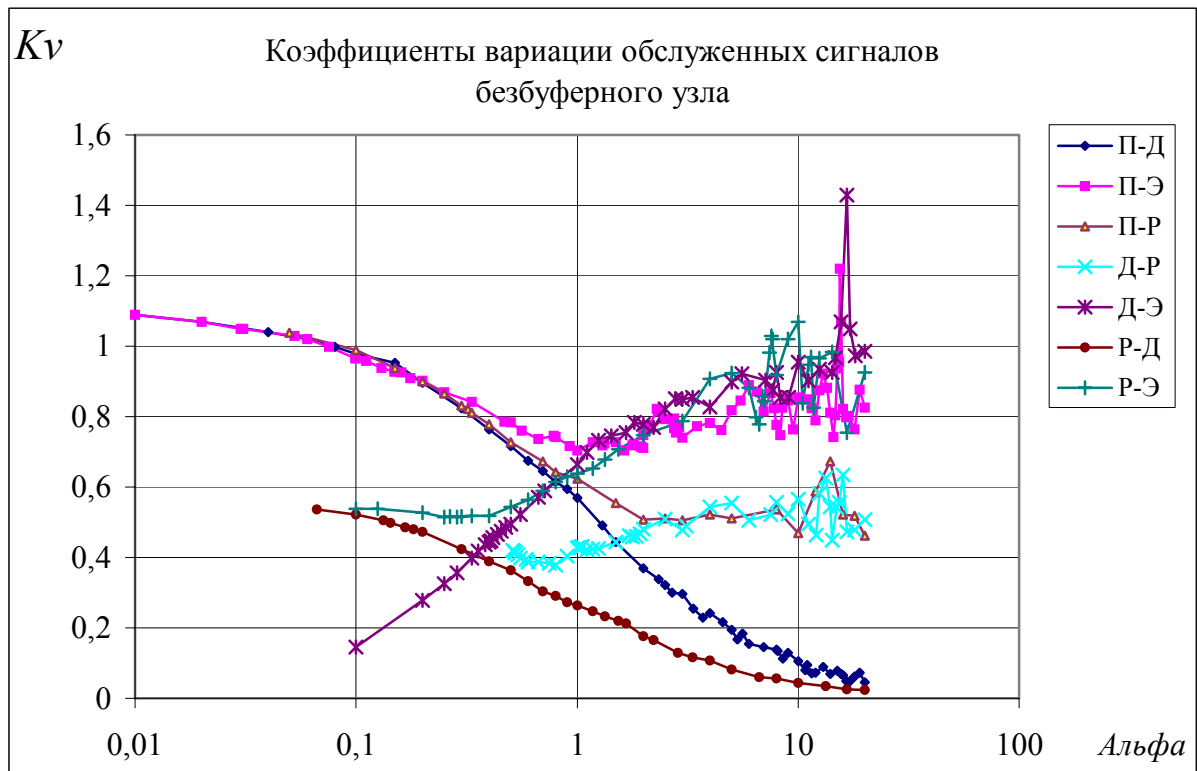


Рис. 7. Зависимость коэффициентов вариации выходных потоков обслуженных и "отказных" сигналов безбуферного узла от приведенной нагрузки (альфа)

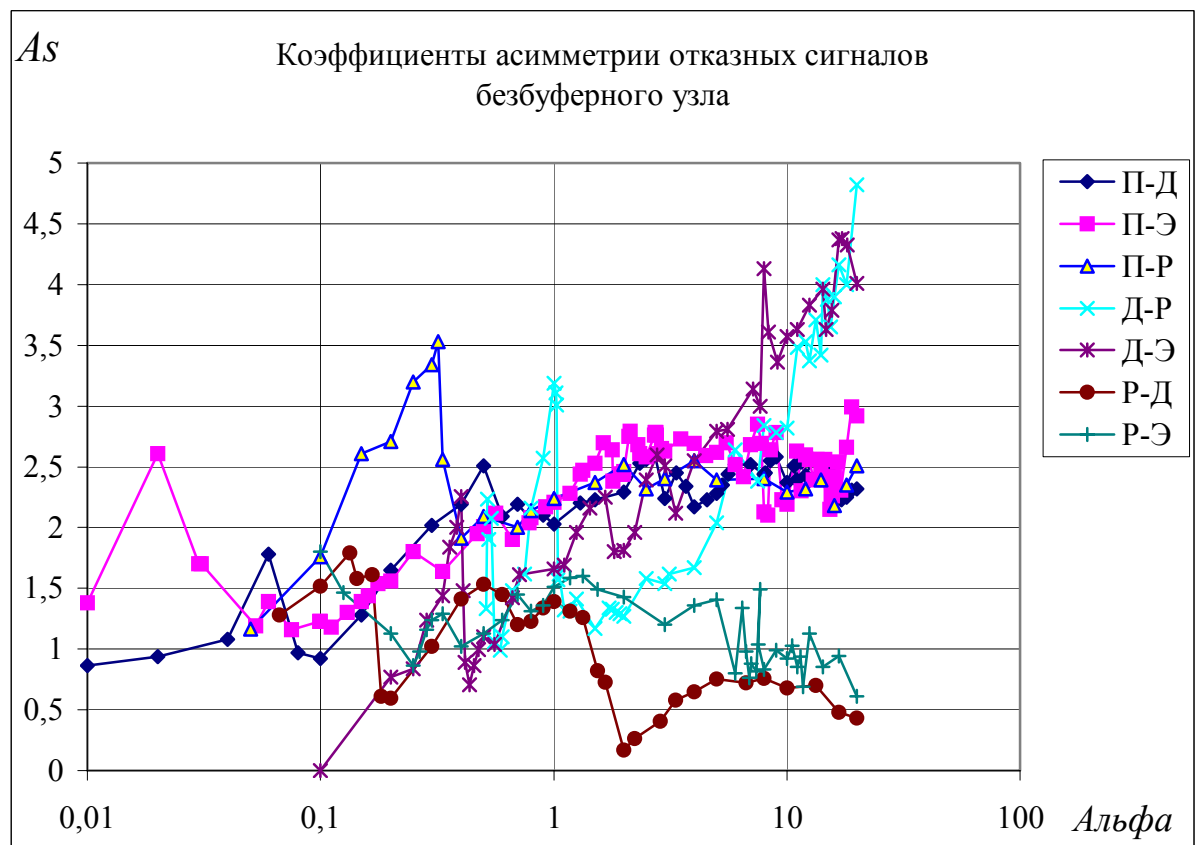
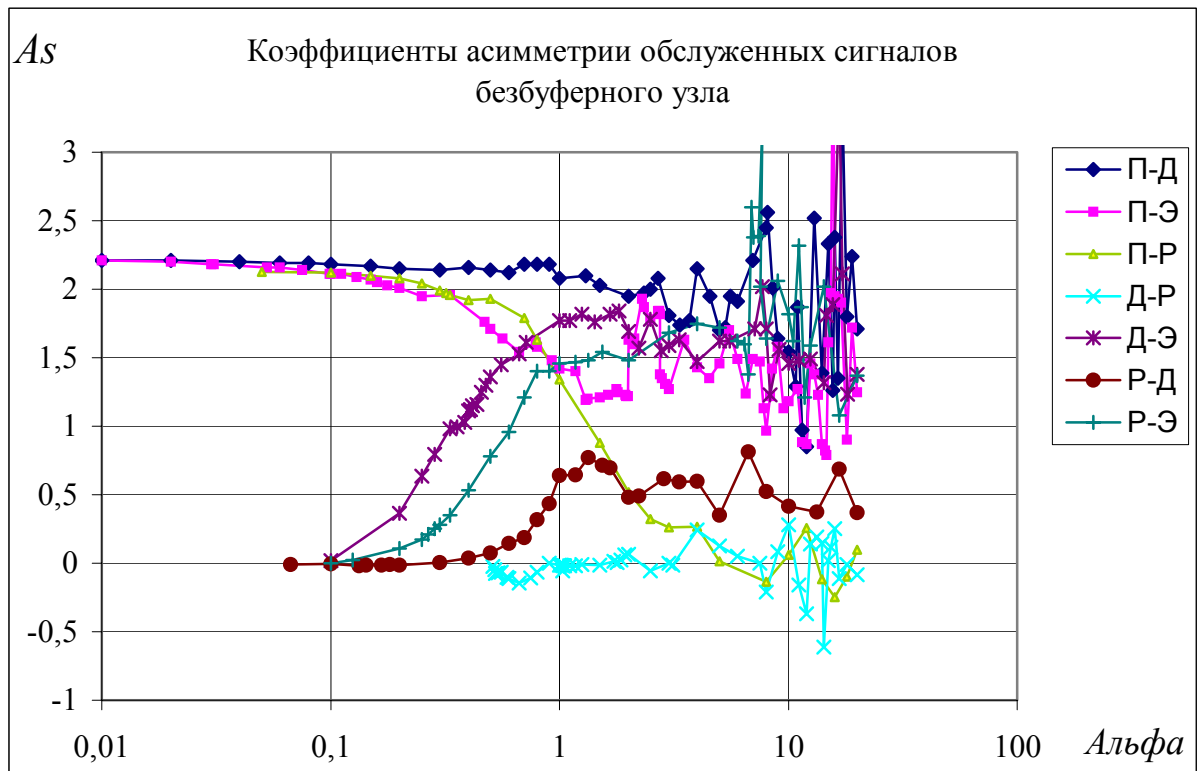


Рис. 8. Зависимость коэффициентов асимметрии выходных потоков обслуженных и "отказных" сигналов безбуферного узла от приведенной нагрузки (альфа)

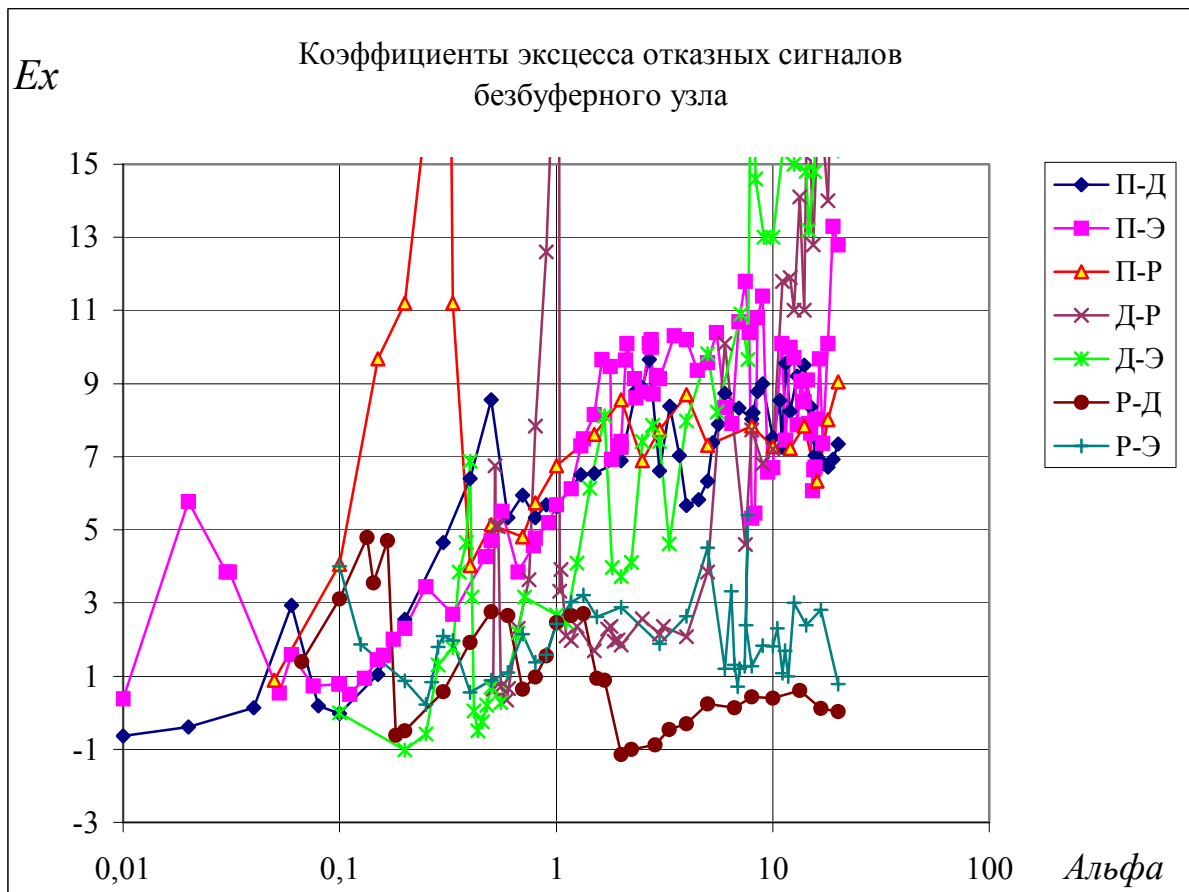
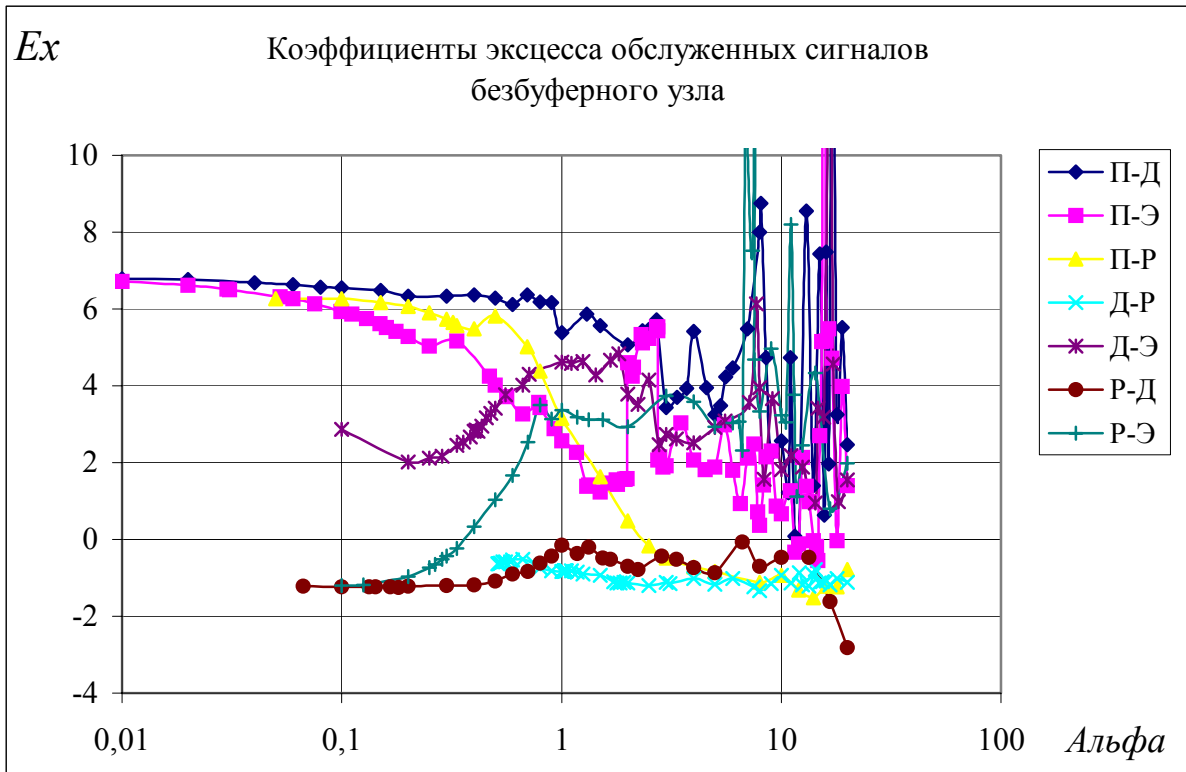


Рис. 9. Зависимости коэффициентов эксцесса выходных потоков обслуженных и "отказных" сигналов безбуферного узла от приведенной нагрузки (альфа)

Отдельно следует остановиться на варианте детерминированного (регулярного) потока входных сигналов и детерминированном времени их обслуживания. В данном случае очевидно, что потоки и на выходе из узла будут иметь неслучайный квазипериодический характер, а вероятность обслуживания может оцениваться по выражению:

$$P_o = C(\alpha)^{-1}, \quad (3)$$

где $C(\alpha)$ - округление до большего целого значения α .

Следует также отметить, что функции вероятности обслуживания $P_o(\alpha)$ для сочетаний П-Д и Д-Э (рис. 6) могут быть описаны соответственно соотношениями:

$$P_o = \exp(-\Delta t_{ex} \lambda), \quad (4)$$

$$P_o = 1 - \exp\left(-\frac{1}{\Delta t_{об} \mu}\right), \quad (5)$$

где Δt_{ex} , $\Delta t_{об}$ - детерминированные интервалы поступления сигналов и их обслуживания соответственно.

Выводы

На базе созданной математической модели безбуферного узла СеМО может изучаться процесс его функционирования и в перспективе может быть получено статистическое описание параметров выходных потоков в зависимости от законов $\varphi(t)$ и $\psi(t)$ общего вида. В дальнейшем такие модели могут быть получены для широкого класса компонентов СеМО - узла с буфером (накопителем), сумматора, распределителя и др., что, в свою очередь, позволит решать ряд прикладных задач по анализу и синтезу автоматизированных систем безопасности и жизнеобеспечения, в том числе систем мониторинга критически важных объектов промышленности.

Литература

1. **Жожикашвили В.А., Вишневский В.М.** Сети массового обслуживания. Теория и применение к сетям ЭВМ. М.: Радио и связь, 1988.
2. **Бусленко Н.П.** Моделирование сложных систем. М.: Наука, 1978.
3. **Топольский Н.Г.** Основы автоматизированных систем пожаровзрыво-безопасности объектов. М.: МИПБ МВД России, 1997.
4. **Топольский Н.Г., Святенко И.Ю., Холостов А.Л.** и др. Анализ эффективности функционирования автоматизированной интегрированной системы безопасности и жизнеобеспечения критически важных объектов как единой системы // "Технологии техносферной безопасности": Интернет-журнал №1, 2007. <http://www.ipb.mos.ru/ttb>.
5. **Советов Б.Я., Яковлев С.А.** Моделирование систем. Практикум. М.: Высшая школа, 1999.
6. **Хинчин А.Я.** Работы по математической теории массового обслуживания. М.: Физматгиз, 1963.
7. **Вентцель Е.С.** Исследование операций. М.: Сов. радио, 1972.
8. **Соболь И.М.** Метод Монте-Карло. М.: Наука, 1975.
9. **Давидович М.И., Петрович М.Л.** Прикладная статистика. Статистическое оценивание // Программное обеспечение ЭВМ. АН БССР, Ин-т математики. Вып. 4, 1987.
10. **Статистические методы в инженерных исследованиях.** Лабораторный Практикум / Под ред. Круга Г.К. М.: Высшая школа, 1983.
11. **Таранцев А.А., Холостов А.Л., Бречалов С.Л.** О моделировании безбуферного узла сети массового обслуживания // Вестник Академии Государственной противопожарной службы МЧС России, № 2, 2004. М.: Академия ГПС МЧС России, 2004. С. 130-140.