

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ МОНИТОРИНГА КРИТИЧЕСКИ ВАЖНОГО ОБЪЕКТА

**Аннотация.** Разработана модель функционирования системы мониторинга критически важного объекта. Для анализа используется методика оценки вероятностных характеристик работы такой системы.

**Ключевые слова:** модель, система, безопасность.

N.G. Topolskiy, A.L. Holostov

## MODELING OF THE OPERATING THE SYSTEM OF THE MONITORING CRITICALLY IMPORTANT OBJECT

**Abstract.** The Designed model of the operating the system of the monitoring critically important object. For analysis is used methods of the estimation probabilistic job data such systems.

**Key words:** model, system, safety.

Статья поступила в редакцию Интернет-журнала 11 мая 2010 г.

### Введение

С целью повышения оперативности предупреждения чрезвычайных ситуаций, обеспечения устойчивости функционирования системы безопасности и жизнеобеспечения на контролируемых критически важных объектах (КВО), поддержки принятия управленческих решений в процессе устранения нештатных ситуаций [1, 2], создаются автоматизированные интегрированные системы безопасности и жизнеобеспечения (АИСБЖО) [3, 4].

Под критически важными будем понимать объекты, нарушение или прекращение функционирования которых приводит к потере управления экономической страны, субъекта или административно-территориальной единицы, ее необратимому негативному изменению (или разрушению) или существенному снижению безопасности жизнедеятельности населения, проживающего на этих территориях, на длительный период времени.

К достоинствам создания систем мониторинга КВО можно отнести следующие:

- прогнозирование и предотвращение аварийных ситуаций;
- повышение эффективности взаимодействия между различными системами безопасности и жизнеобеспечения объекта при возникновении аварийных ситуаций;
- возможность разделения потоков контролируемых сигналов внутри самой системы, осуществления преимущественной специализации структурных

единиц системы, т.е. ведения более гибкой работы по контролю и обработке информации от различных подсистем;

- разгрузка дежурных служб за счет несовпадения часов наибольшей нагрузки в различных службах;

- использование общей базы данных и части программного обеспечения для решения смежных задач нескольких подсистем позволит рационально использовать технические средства и избежать несоответствия данных об одних и тех же параметрах у различных служб;

- экономия линий связи, в том числе линий связи между подсистемами;

- одновременный контроль параметров всей совокупности систем безопасности и жизнеобеспечения объекта.

При создании единой системы мониторинга функционирования оборудования и состояния объекта значительно повысится оперативность получения необходимой информации от подсистем и понизится вероятность ошибки и потери информации.

Процесс обслуживания системой мониторинга сообщений, отражающих состояние технологических и иных подсистем, а также сообщений о нештатных ситуациях, может быть описан с использованием математического аппарата теории массового обслуживания.

Система мониторинга КВО рассматривается как стандартная незамкнутая многоканальная система массового обслуживания с отказами, для которой характерно следующее:

- входной поток сообщений отображающих состояние технологических и иных подлежащих мониторингу подсистем КВО – пуассоновский;

- время обслуживания сообщений – случайное и подчинено экспоненциальному закону (это условие не является строгим и представляет собой наиболее "жесткий" случай по сравнению с общим случаем – обслуживанием по закону Эрланга или регулярным обслуживанием [5, 6]);

- приоритеты среди сообщений отсутствуют.

Для анализа целесообразности интеграции подсистем рассмотрим методику [7] оценки статистических характеристик работы единой системы мониторинга КВО, как системы массового обслуживания. Сигналы мониторинга технологических процессов, процессов функционирования оборудования систем жизнеобеспечения объекта, сигналов об аварийных ситуациях и передачи информации по каналам связи в дежурно-диспетчерские службы будем рассматривать как поток вызовов.

### **Основные соотношения, описывающие работу системы мониторинга КВО как системы массового обслуживания**

Рассмотрим общие понятия и принципы, лежащие в основе расчетов по оценке функционирования системы мониторинга КВО.

Если предположить, что поток вызовов, отражающих нарушения в нормальном процессе функционирования подсистем, вызванный аварийными и иными нештатными ситуациями, поступающий в систему мониторинга, является

пуассоновским [8], от функция распределения  $F(t)$  промежутка времени между двумя последовательными вызовами и плотность  $P(t)$  определяются по формулам (1), (2) соответственно:

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}, \quad t > 0; \quad (1)$$

$$P(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad t > 0, \quad (2)$$

где  $t$  - время;  $\lambda$  - интенсивность потока вызовов.

Продолжительность обслуживания вызова является случайной величиной и подчиняется показательному закону распределения с параметром  $\mu = 1 / T_{обсл}$  ( $\mu$  - интенсивность обслуживания,  $T_{обсл}$  - среднее время обслуживания):

$$F(t) = 1 - e^{-\mu t}, \quad t > 0; \quad (3)$$

$$P(t) = \mu e^{-\mu t}, \quad t > 0. \quad (4)$$

Занятость каналов обслуживания вызовов определяется по формуле Эрланга, задающей вероятность того, что обслуживанием занято ровно  $k$  - каналов (общее число каналов обслуживания -  $n$ ).

$$P_k = \frac{\frac{1}{k!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^k}{\sum_{s=0}^n \frac{1}{s!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^s}, \quad \text{где } k = 0, 1, 2, \dots, n. \quad (5)$$

Подставив  $n$  вместо  $k$  в (5) и обозначив  $\rho = \lambda / \mu$  ( $\rho$  - приведенная интенсивность потока вызовов), получим формулу для вероятности отказа в обслуживании вызова):

$$P_{отк} = \frac{\rho^n}{\sum_{s=0}^n \frac{\rho^s}{s!}}. \quad (6)$$

Вероятность того, что вызов будет немедленно обслужен системой мониторинга с количеством обслуживающих каналов, равным  $n$  (относительная пропускная способность), дополняет  $P_{отк}$  до 1:

$$q = 1 - P_{отк}. \quad (7)$$

Абсолютная пропускная способность такой системы обслуживания вычисляется по формуле

$$A = \lambda q = \lambda (1 - P_{отк}). \quad (8)$$

## Расчёт вероятностных характеристик функционирования системы мониторинга КВО

Вероятностные характеристики функционирования системы мониторинга КВО определяются по обобщенным формулам Эрланга. В частности, вероятность того, что обслуживанием вызовов, поступающих от  $m$  независимых потоков одновременно, занято  $k$  каналов обслуживания, определяется по формуле:

$$P_k = \frac{\rho^k}{k! \sum_{S=0}^n \frac{\rho^S}{S!}}, \quad k = 0, 1, \dots, n; \quad \rho = \rho_1 + \rho_2 + \dots + \rho_m, \quad (9)$$

где  $n$  - общее число каналов обслуживания,  $\rho_i$  - приведенная интенсивность  $i$ -го потока, т.е. отношение интенсивности потока вызовов  $\lambda_i$  к интенсивности их обслуживания  $\mu_i$ .

Вероятность отказа в обслуживании (вероятность того, что все каналы обслуживания заняты) для одной системы с количеством каналов обслуживания  $n$  и приведенной интенсивностью  $\rho$  будет следующей [9]:

$$P_{n1} = \frac{\rho_1^{n1}}{n_1! \sum_{S=0}^{n1} \frac{\rho_1^S}{S!}}. \quad (10)$$

Предположим, существует две системы обслуживания с числом каналов обслуживания  $n_1$  и  $n_2$  и приведенными интенсивностями  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , соответственно. Тогда вероятность отказа в обслуживании для единой системы обслуживания выразится формулой (9) при  $k = n_1 + n_2$ :

$$P_{n_1+n_2} = \frac{(\rho_1 + \rho_2)^{n_1+n_2}}{(n_1 + n_2)! \sum_{S=0}^{n_1+n_2} \frac{(\rho_1 + \rho_2)^S}{S!}}. \quad (11)$$

Определим, при каких соотношениях параметров  $n_1, n_2, \rho_1, \rho_2$  вероятность отказа в обслуживании вызова единой системой обслуживания будет меньше, чем в отдельных системах обслуживания (например, с параметрами  $n_1$  и  $\rho_1$ ), иными словами, рассмотрим неравенство:  $P_{n_1+n_2} < P_n$ , что с учётом (10), (11) эквивалентно

$$\frac{(n_1 + n_2)!}{(\rho_1 + \rho_2)^{n_1+n_2}} \sum_{j=0}^{n_1+n_2} \frac{(\rho_1 + \rho_2)^j}{j!} > \frac{n_1!}{\rho_1^{n_1}} \sum_{i=0}^{n_1} \frac{\rho_1^i}{i!}. \quad (12)$$

Достаточным условием выполнения неравенства  $P_{n_1+n_2} < P_{n_1}$  является соотношение  $n_2/\rho_2 \geq n_1/\rho_1$  при условии, что  $n_1, n_2$  - натуральные числа, а  $\rho_1, \rho_2$  - числа положительные.

Сравним правую и левую части неравенства (12) почленно. Рассмотрим последние  $n_1$  слагаемых левой и правой частей. Легко проверить, что при  $q = 0$  оба слагаемых равны 1. При  $q = 1$  предпоследние слагаемые имеют вид (12):

$$\frac{(n_1 + n_2)!}{(\rho_1 + \rho_2)^{n_1+n_2}} \cdot \frac{(\rho_1 + \rho_2)^{n_1+n_2-1}}{(n_1 + n_2 - 1)!} \geq \frac{n_1!}{\rho_1^{n_1}} \cdot \frac{\rho_1^{n_1-1}}{(n_1 - 1)!}. \quad (13)$$

После преобразований получаем эквивалентное неравенство:

$$\frac{n_1 + n_2}{\rho_1 + \rho_2} \geq \frac{n_1}{\rho_1}. \quad (14)$$

Последнее неравенство следует из  $n_2/\rho_2 \geq n_1/\rho_1$ .

Для любого  $q$  (при  $2 \leq q \leq n$ ) выпишем соответствующие слагаемые в (12):

$$\frac{(n_1 + n_2)!}{(\rho_1 + \rho_2)^{n_1+n_2}} \cdot \frac{(\rho_1 + \rho_2)^{n_1+n_2-q}}{(n_1 + n_2 - q)!} \geq \frac{n_1!}{\rho_1^{n_1}} \cdot \frac{\rho_1^{n_1-q}}{(n_1 - q)!}. \quad (15)$$

После преобразований получим:

$$\frac{(n_1 + n_2 - q + 1) \cdot \dots \cdot (n_1 + n_2)}{(\rho_1 + \rho_2)^q} \geq \frac{(n_1 - q + 1) \cdot \dots \cdot n_1}{\rho_1^q}. \quad (16)$$

Для доказательства последнего неравенства достаточно показать, что сомножители левой части больше соответствующих сомножителей правой. Введем нумерацию соответствующих сомножителей с помощью индекса  $r$  (при  $r = 0, 1, \dots, q - 1$ ).

Рассмотрим сомножители с номером  $r$  в (16):

$$\frac{n_1 + n_2 - r}{\rho_1 + \rho_2} \geq \frac{n_1 - r}{\rho_1}. \quad (17)$$

После преобразования получим:

$$n_2\rho_1 - n_1\rho_2 + r\rho_2 \geq 0. \quad (18)$$

Справедливость последнего неравенства следует из очевидного неравенства  $r\rho_2 \geq 0$ .

Таким образом, последние  $n_1$  слагаемых левой части неравенства (12) больше или равны соответствующим слагаемым правой части для любого  $q$ .

Поскольку  $n_1 > 0$  и  $n_2 > 0$ , то в левой части неравенства (12), помимо рассмотренных присутствуют положительные слагаемые и, следовательно, оно является строгим.

Таким образом, в случае, если имеет место равенство  $n_2/\rho_2 = n_1/\rho_1$ , то  $P_{n_1+n_2} < P_{n_1}$  и  $P_{n_1+n_2} < P_{n_2}$ .

В реальных условиях функционирования каналы обслуживания системы мониторинга КВО не всегда обладают одинаковой производительностью и, кроме того, разные типы вызовов требуют разного времени обслуживания. Для фактической оценки вероятности отказа в обслуживании системы мониторинга КВО рассмотрим систему массового обслуживания с двумя входящими потоками и приборами разной производительности.

Пусть в единую систему массового обслуживания с  $n$  каналами поступают два независимых простейших потока с интенсивностями  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Длительности обслуживания каждым каналом являются независимыми случайными величинами. Распределение длительности обслуживания вызова потока  $i$  ( $i = 1, 2$ ), поступившего  $j$ -му каналу обслуживания, равно  $G_{ij}(t)$ , где  $t$  - время. Все математические ожидания (средние времена обслуживания)

$$b_{ij} = \int_0^{\infty} t dG_{ij}(t) \quad (19)$$

существуют и конечны, так как конечно время обслуживания вызова.

В указанных условиях существуют вероятности  $P_{km}$  того, что в установившемся режиме (т. е. при  $t \rightarrow \infty$ )  $k$  каналов обслуживания будут заняты обслуживанием вызовов первого и  $m$  каналов обслуживания - вызовов второго потока ( $0 \leq k + m \leq n$ ).

$$P_{km} = \sum \frac{\lambda_1^k \lambda_2^m (n - k - m)!}{n!} \bar{P}_{00} b_{1i_1} \dots b_{1i_k} \cdot b_{2j_1} \dots b_{2j_m}, \quad (20)$$

где  $\bar{P}_{00}$  - нормировочный множитель (определяется ниже).

Суммирование производится по всем возможным наборам различных чисел  $i_1, \dots, i_k, j_1, \dots, j_m$  из множества  $\{1, \dots, n\}$  (то есть среди множества указанных индексов, взятых в совокупности, не может быть повторяющихся).

Вынося константы, не зависящие от суммирования, за знак суммы, получим

$$P_{km} = \frac{\bar{P}_{00}}{n!} \lambda_1^k \lambda_2^m (n - k - m)! \sum b_{1i_1} \dots b_{1i_k} \cdot b_{2j_1} \dots b_{2j_m}. \quad (21)$$

Введем обозначение

$$P'_{km} = \frac{1}{n!} \lambda_1^k \lambda_2^m (n - k - m)! \sum b_{1i_1} \dots b_{1i_k} \cdot b_{2j_1} \dots b_{2j_m}. \quad (22)$$

Из условия нормировки

$$\sum_{0 \leq k+m \leq n} P_{km} = 1 \quad (23)$$

получим

$$\bar{P}_{00} = \frac{1}{\sum_{0 \leq k+m \leq n} P'_{km}} \quad (24)$$

или, с учетом (22),

$$\bar{P}_{00}^{-1} = \sum_{0 \leq k+m \leq n} \frac{1}{n!} \lambda_1^k \lambda_2^m (n-k-m)! \sum b_{1i_1} \dots b_{1i_k} \cdot b_{2j_1} \dots b_{2j_m} \cdot \quad (25)$$

Вероятность отказа в обслуживании вызова определяется как сумма всех стационарных вероятностей состояния системы, когда все каналы обслуживания заняты обслуживанием вызовов:

$$P_{отк} = \sum_{k+m=n} P_{km} \cdot \quad (26)$$

Так как  $(n-k-m)!$  равно 1 для любых  $k, m$ , сумма которых равна  $n$ , и выражения  $\bar{P}_{00}, \frac{1}{n!}$  не зависят от  $k$  и  $m$ , (26) примет вид:

$$P_{отк} = \frac{\bar{P}_{00}}{n!} \sum_{k+m=n} \lambda_1^k \lambda_2^m \sum b_{1i_1} \dots b_{1i_k} \cdot b_{2j_1} \dots b_{2j_m} \cdot \quad (27)$$

Подставив (25), окончательно получим

$$P_{отк} = \frac{\sum_{k+m=n} \lambda_1^k \lambda_2^m \sum b_{1i_1} \dots b_{1i_k} \cdot b_{2j_1} \dots b_{2j_m}}{\sum_{0 \leq k+m \leq n} \lambda_1^k \lambda_2^m (n-k-m)! \sum b_{1i_1} \dots b_{1i_k} \cdot b_{2j_1} \dots b_{2j_m}} \cdot \quad (28)$$

На практике данный метод требует оценки среднего времени обслуживания вызовов каждого из потоков каждым каналом обслуживания, тогда как применение формулы Эрланга хотя дополнительно требует предположения об экспоненциальности времени обслуживания вызова, позволяет использовать средние интенсивности обслуживания каждого потока для всех каналов обслуживания.

## Выводы

При оценке целесообразности создания системы мониторинга КВО с числом каналов обслуживания  $n_1 + n_2$  с точки зрения теории массового обслуживания (вероятность отказа в обслуживании вызова меньше) на основе двух (и более) каналов обслуживания с параметрами  $\rho_1 = \lambda_1 / \mu_1, n_1$  для первого и  $\rho_2 = \lambda_2 /$

$\mu_2$ ,  $n_2$  для второго канала можно утверждать следующее:

1. Достаточным условием целесообразности создания единой системы мониторинга КВО является равенство отношений числа каналов обслуживания к приведенной интенсивности потока вызовов двух каналов обслуживания  $n_1 / \rho_1 = n_2 / \rho_2$ .

2. Вероятность отказа в обслуживании вызова единой системы мониторинга КВО будет меньше вероятности отказа в обслуживании вызова первой (второй,  $n$ -ной) системой обслуживания при выполнении соотношения  $n_2 / \rho_2 \geq n_1 / \rho_1$  или  $n_2 / \rho_2 \leq n_1 / \rho_1$ , соответственно.

На практике граничные условия необходимости создания единой системы гораздо шире условий достаточности.

3. Вероятность отказа в обслуживании вызова системой мониторинга КВО определяется как сумма всех стационарных вероятностей состояния системы, когда все каналы обслуживания заняты обслуживанием вызовов и имеет вид:

$$P_{отк} = \frac{\sum_{k+m=n} \lambda_1^k \lambda_2^m \sum b_{1_{i_1}} \dots b_{1_{i_k}} \cdot b_{2_{j_1}} \dots b_{2_{j_m}}}{\sum_{0 \leq k+m \leq n} \lambda_1^k \lambda_2^m (n-k-m)! \sum b_{1_{i_1}} \dots b_{1_{i_k}} \cdot b_{2_{j_1}} \dots b_{2_{j_m}}}$$

#### Литература

1. **Топольский Н.Г.** Основы автоматизированных систем пожаровзрывобезопасности объектов. М.: МИПБ МВД России, 1997. 164 с.

2. **Топольский Н.Г., Святенко И.Ю., Холостов А.Л.** и др. Анализ эффективности функционирования автоматизированной интегрированной системы безопасности и жизнеобеспечения критически важных объектов как единой системы // Технологии техносферной безопасности: Интернет-журнал № 1, 2007. <http://www.ipb.mos.ru/ttb>.

3. **ГОСТ Р 22.1.12-2005.** Структурированные системы мониторинга и управления инженерными системами зданий и сооружений.

4. **Качанов С.А., Топольский Н.Г., Волков О.С.** и др. Методика оценки систем безопасности и жизнеобеспечения на потенциально опасных объектах, зданиях и сооружениях. Федеральный центр науки и высоких. М.: ВНИИГОЧС МЧС России, 2003. 24 с.

5. **Таранцев А.А., Холостов А.Л., Бречалов С.Л.** О моделировании безбуферного узла сети массового обслуживания // Вестник Академии Государственной противопожарной службы МЧС России № 2, 2004. – М.: Академия ГПС МЧС России, 2004. С. 130-140.

6. **Таранцев А.А.** Инженерные методы теории массового обслуживания. С.-Пб.: Наука, 2007.

7. **Журавлев В.А.** Применение обобщенной формулы Эрланга для оценки характеристик единого диспетчерского пункта // Матер. пятой межд. конф. "Информатизация систем безопасности" – ИСБ-96. М.: МИПБ МВД России, 1996. С. 62-64.

8. **Брушлинский Н.Н.** Системный анализ деятельности Государственной противопожарной службы. М.: МИПБ МВД России, 1998.

9. **Erlang A.K.** Solution of Some Problems in the Theory of Probabilities of Significance in Automatic Telephone Exchanges // The Post Office Electrical Engineers Journal – 1918. Vol. 10. P. 189-197.