

И.А. Зайцев

(ФГУП "Стандартинформ"; e-mail: ug253@mail.ru)

ИНФОРМАЦИОННАЯ СИСТЕМА ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ РИСКА

Определены условия Парето-оптимального управления как многостадийной процедуры принятия решения по обеспечению безопасности при наличии многих критериев на основе метода динамического программирования.

Ключевые слова: стратегия, критериальные функции, уровни риска.

I.A. Zaicev

INFORMATION SYSTEM OF DECISION-MAKING UNDER RISK

Conditions for Pareto-optimal control as a multistage decision-making procedure providing of safety when where are many criteria, were obtained on the basis of dynamic programming method.

Key words: strategy, criterial function, levels of risk.

Статья поступила в редакцию Интернет-журнала 7 апреля 2011 г.

При обеспечении любых видов безопасности существует необходимость оценки рисков. В различных сферах человеческой деятельности **трактовка термина "риск"** неодинакова: вероятность неудачи предпринимаемых действий, сами неудачные действия [1]; вероятность различного рода потерь в результате неудачных действий (или бездействия), аварий, катастроф, стихийных бедствий, террористических актов.

Поскольку неудачные действия, опасные события и ситуации (в том числе чрезвычайные) являются только первопричинами потерь, а при принятии решений в условиях риска необходима **оценка возможных потерь**, то **ключевой** составляющей понятия "риск" следует считать **вероятность определённых потерь** в результате каких-либо негативных событий, явлений.

Упомянутые потери могут носить различный характер: человеческие потери, материальные потери (в том числе финансовые), моральный ущерб (потеря доверия, авторитета и др.), другие виды и совокупность различных потерь.

При решении проблем безопасности от чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера необходима оценка **возможных материальных потерь**, поэтому в настоящей статье под риском понимается **вероятность определённых материальных потерь** в результате возникновения какого-либо опасного события.

В качестве обобщённого показателя такого риска, так называемой функции риска (R), рассматривается произведение вероятности возникновения опасного события (Q) на величину возможного ущерба (Y) вследствие возникновения опасного события.

В целях проведения необходимых оценок показателей риска целесообразно построение целевой функции, выражающей величину риска, в мультипликативной форме. В этом случае минимум функции риска будет находиться по формуле:

$$R = QY \rightarrow \min. \quad (1)$$

Поскольку целевой эффект использования объекта выражается совокупностью показателей $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$, то выход любого из этих показателей за предельное (критическое) значение может рассматриваться как угроза возникновения опасного события. Поэтому для любой сложной цели существуют возможности возникновения k типов угроз, с каждой из которых связан определенный ущерб.

Поскольку число рисков R , связанных с вероятностями возникновения опасных событий, в общем случае равно числу угроз (k), то безопасное состояние должно отвечать k условиям (критериям) безопасного (допустимого) риска, и, следовательно, обобщенный показатель риска такого объекта является вектором.

Разумеется, что при таких условиях при сравнении различных вариантов управления по показателям риска возникают противоречия из-за неоднозначности ситуации принятия решения, поскольку по одним показателям предпочтение может отдаваться одному варианту управления, а по другим – другому. Задачи принятия решений в подобных ситуациях называют "многокритериальными".

Из-за неоднозначности формулировки многокритериальных задач их решения тоже неоднозначны, что делает задачу принятия решения (оптимального) неразрешимой (некорректной) [2-8]. Поэтому все предлагаемые методы решения таких задач посвящены поискам компромиссных решений путем построения так называемых "обобщенных показателей" риска, называемых также "целевыми" или "критериальными" функциями.

Обобщенные показатели представляют собой различные функции от частных (единичных) показателей. Вид таких функций, как правило, и определяет дополнительные условия, позволяющие свести задачу с векторным оптимизируемым показателем к одной или нескольким последовательно решаемым задачам, каждая из которых имеет скалярный оптимизируемый показатель риска (решения).

Ни один из методов не дает достаточно обоснованных решений и в каждом из них задача решается в детерминированной постановке, не вполне соответствующей практической ситуации, которая в большинстве случаев является стохастической. В связи с этим возникает проблема обоснования детерминизации.

Различные подходы свертывания частных показателей в обобщенные нередко подвергаются обоснованной критике. Все способы свертывания можно условно разделить на четыре класса: формирование критериальной функции качественного типа, логическое, обобщенное логическое и линейное свертывания.

Не останавливаясь на раскрытии способов свертывания, отметим, что, несмотря на определенную их искусственность, обусловленную стремлением к аналитической простоте критериальных функций, все они связаны со значительными трудностями как семантического, так и технического характера.

Все способы свертывания показателей частных рисков приводят к обобщенным скалярам, детерминированным критериальным функциям, различающимся как формулировками цели, так и структурой математических выражений. При этом весовые коэффициенты, фигурирующие в аддитивных критериальных функциях, представляемых в виде линейных комбинаций функций от частных показателей риска, должны отражать относительные "важности" отдельных частных (единичных) рисков.

Определение весовых коэффициентов, производимое на балльных шкалах, представляет собой достаточно сложную в методологическом отношении задачу, решение которой в значительной мере подвержено влиянию субъективных факторов. Поскольку ранжирование рисков на порядковой шкале гораздо проще их "взвешивания", то широкое применение находят методы последовательного (пошагового) решения оптимизационных задач, в которых на каждом шаге оптимизируется один тип риска, считающийся на этом шаге наиболее важным, а риски "высших рангов" поддерживаются на заданном уровне (в заданных диапазонах).

Понятно, что при таком подходе оптимизация каждого из рисков осуществляется за счет рисков более "низких рангов". Поэтому сущность названных выше методов свертывания заключается в том, что как таковое свертывание показателей частных рисков на основе этих методов заменяется последовательным (циклическим, каскадным) синтезом.

Многостадийная процедура принятия решения при наличии многих критериев может быть рассмотрена на основе метода динамического программирования.

Оптимальной является стратегия u^* , обеспечивающая получение наибольшего гарантированного результата.

Последовательность выбираемых альтернатив образует стратегию $\{u_N\}$. Качество альтернативы u_N может быть оценено с помощью функций $\phi(u_N)$ [3, 5].

Пусть заданы участки траектории x_1, x_2, \dots, x_N и множество альтернатив. На участке $x_k \neq x_0$ альтернатива $u(x_k)$ выбирается из множества $u(u(N_0, \dots, u(N_{k-1})))$. Каждой альтернативе $u(x_k)$ ставится в соответствие векторная оценка:

$$f(u(x_k)) = \{f_1(u(x_k), x_k, u(x_0), \dots, u(x_{k-1})), \dots, f_n(u(x_k), x_k, u(x_0), \dots, u(x_{k-1}))\}. \quad (2)$$

Векторную оценку стратегии $\{u_N\}$ будем определять следующим образом:

$$\begin{aligned} \phi_1(\{u(x_k)\}) &= \sum_k f_1(u(x_k), x_k, u(x_0), \dots, u(x_{k-1})), \\ \phi_n(\{u(x_k)\}) &= \sum_k f_n(u(x_k), x_k, u(x_0), \dots, u(x_{k-1})), \\ \phi_{n+1}(\{u(x_k)\}) &= \prod_k f_{n+1}(u(x_N)). \end{aligned} \quad (3)$$

Необходимо найти Парето-оптимальное (П-оптимальное) решение. Следовательно, необходимо установить связь между качеством стратегии и входящих в неё альтернатив и выработать условия, которым должна удовлетворять выбираемая на каждом участке траектории альтернатива, чтобы стратегия была П-оптимальна.

Рассмотрим всевозможные состояния, которые достижимы системой на участке x_k . Пусть управление (принятое решение) $u_1(x_k)$ переводит систему в состояние x_{k+1} , а управление $u_2(x_k)$ – в состояние x_{k+2} , следовательно, на следующем участке траектории выбирается альтернатива $u(x_{k+1})$ и её векторная оценка будет зависеть от того, в каком состоянии в этот момент находилась система, следовательно, и от того, какие альтернативы выбирались в прошлом, то есть

$$f_i(u_1(x_{k+1}), x_{k+1}) \neq f_i(u_1(x_{k+1}), x'_{k+1}). \quad (4)$$

Следовательно, задача не является задачей независимого выбора, поэтому необходимо решать задачу многокритериальной оптимизации модифицированным методом динамического программирования.

Будем называть стратегию $\{u^*(x_k)\}$ Парето-оптимальной, если для любой другой допустимой последовательности принятия решений $\{u(x_k)\}$ из соотношения

$$\varphi_i(\{u(x_k)\}) \geq \varphi_i(\{u^*(x_k)\}), \quad i = 1, \dots, n$$

вытекает, что

$$\varphi_i(\{u(x_k)\}) = \varphi_i(\{u^*(x_k)\}), \quad i = 1, \dots, n.$$

Следовательно, стратегия $\{u^*(x_k)\}$ будет эффективной, если на множестве допустимых стратегий не существует такой стратегии $\{u(x_k)\}$, для которой выполнялись бы неравенства

$$\begin{aligned} \varphi_i(\{u(x_k)\}) &\geq \varphi_i(\{u^*(x_k)\}), \quad \forall i \in I_1, \\ \varphi_i(\{u(x_k)\}) &\leq \varphi_i(\{u^*(x_k)\}), \quad \forall i \in I_2 \end{aligned} \quad (5)$$

и хотя бы одно из них было строгим.

Здесь I_1 – множество индексов, соответствующих функциям цели (3), которые необходимо максимизировать; I_2 – множество индексов, соответствующих функциям цели, которые необходимо минимизировать. При отыскании эффективных стратегий следует помнить, что они могут быть несравнимы по множеству функций цели. Поэтому в процессе синтеза необходимо решить вопрос о существовании эффективных альтернатив.

Анализ условий оптимальности можно провести, сравнивая поставленную задачу с аналогичной задачей, но со скалярным критерием. При этом множество векторных оценок альтернатив и множество векторных оценок стратегий являются подмножествами вещественной прямой. Оптимальная стратегия $\{u_N^*\}$ в скалярном случае обладает следующими свойствами:

1. Если стратегия $\{u_N^*\}$ оптимальна, то альтернативы u_N также оптимальны, то есть $f(u_N^*) \geq f(u_N)$.

2. Если альтернативы u_N^* оптимальны, то составленная из них стратегия $\{u_N^*\}$ оптимальна.

3. Для любой оптимальной альтернативы на участке N существует содержащая её стратегия.

Анализ показывает, что свойство 1 сохраняется при замене оптимальности на Парето-оптимальность. Действительно, пусть стратегия $\{u_N^*\}$ П-оптимальна, но альтернатива u_N^* для некоторого участка управления не является П-оптимальной. Это означает, что существует такая альтернатива u_i , что

$$\begin{aligned} f_j(u_i) &> f_j(u_i^*), \quad j \in I, \\ f_j(u_i) &= f_j(u_i^*), \quad j \in \{1, \dots, n\} / I, \end{aligned} \quad (6)$$

где $I \neq \emptyset$.

Образую новую стратегию $\{u_k^*\}$, которая совпадает с $\{u_k^*\}$ при $k \neq i$, а на участке I содержит u_i вместо u_i^* . Её векторная оценка

$$\varphi_j(\{u_k^*\}) = \sum_{k \neq i} f_i(u_k^*) + f_j(u_i), \quad j = 1, \dots, n, \quad (7)$$

следовательно,

$$\begin{aligned} \varphi_j(\{u_k^*\}) &> \varphi_i(\{u_k^*\}), \quad j \in I, \\ \varphi_j(\{u_k^*\}) &= \varphi_i(\{u_k^*\}), \quad j \in \{1, \dots, n\} / I, \end{aligned} \quad (8)$$

что противоречит исходному положению о П-оптимальности стратегии $\{u_k^*\}$.

Если ограничиться выпуклым случаем, то можно сказать, что свойство 2 выполняется [3, 5]. Анализ свойств оптимальности стратегий в невыпуклом случае удобнее проводить в пространстве векторных оценок. Наличие опасных векторных оценок хотя бы для одного участка фазового пространства означает, что свойство 3 не имеет места.

Оптимальную по Парето векторную оценку f , принадлежащую множеству векторных оценок, необходимо считать опасной, если существует такое множество векторных оценок, что оценка $f + g$ не будет оптимальной по Парето. Известно, что любая П-оптимальная векторная оценка, не принадлежащая границе выпуклой оболочки, то есть границе пересечения всех содержащих его выпуклых множеств, является опасной.

Если опасные векторные оценки существуют, то выбор на некотором участке фазового пространства П-оптимальной альтернативы, обладающей опасной оценкой, может привести к тому, что независимо от того, как осуществляется выбор в будущем, стратегия уже не будет П-оптимальной.

При получении условий многокритериальной оптимизации определение опасных векторных оценок имеет большое значение, особенно для реальной задачи с векторной оценкой стратегии (3). Таким образом, на участке фазового пространства x_k альтернатива, через векторную оценку которой нельзя провести опорную плоскость к множеству векторных оценок, может привести к тому, что траектория не будет П-оптимальной.

Особенностью решенной задачи является то, что в классе кусочно-непрерывных стратегий существуют П-оптимальные стратегии, то есть множе-

ство векторных оценок, замкнуты. В литературе [1, 2, 5, 8] показано, что при анализе ситуации, когда множество u конечно, предъявляемое к u_k требование кусочной непрерывности сводится просто к кусочному постоянству. При этом показано, что, выбирая на каждом участке фазового пространства x_k альтернативу u_k^* , удовлетворяющую условию

$$\{f_1(u_k^*, x_k), \dots, f_n(u_k^*, x_k)\} \in [\text{пс}oF(x)] \cap F(x), \quad (9)$$

а также, обеспечивая определенную согласованность такого выбора, можно получить П-оптимальную стратегию.

С учётом вышеизложенного, для решаемой задачи, в которой часть векторных оценок стратегии связана с качеством альтернатив неаддитивно (3), условия П-оптимальности можно определить следующим образом:

На участках фазового пространства x_k , характеризующихся максимальными требованиями по $f_i(u(x_k))$, альтернатива u_k^* выбирается таким образом, что составляющая вектора принимает свое наименьшее значение. При этом векторная оценка будет принадлежать границе выпуклого множества, следовательно, не будет являться опасной.

Таким образом, методика принятия решения Парето-оптимального управления должна учитывать следующие особенности решаемой задачи:

1. Если на каждом участке фазового пространства, характеризующем максимальными требованиями по соответствующей составляющей векторной оценки, выбирается альтернатива, структурно оптимизирующая данную составляющую, то такая стратегия эффективна: $\varphi(\{u_N\})$ – П-эффективна при условии $\varphi_{n+1}(\{u(x_k)\}) = \min f_{n+1}(u(x_N))$ для x_N , на котором

$$f_{n+1}(\{u(x_k)\}) = \max f_{n+1}(u(x)). \quad (10)$$

2. Наилучшей будет стратегия, в которой число участков фазового пространства равно числу составляющих векторных оценок, неаддитивно связанных с качеством альтернатив, и на каждом участке выбирается альтернатива, минимизирующая составляющую, к которой на данном участке предъявляются максимальные требования.

Литература

1. **Военный** энциклопедический словарь. М.: Воениздат, 1986. 863 с.
2. **Грешилов А.А.** Математические методы принятия решений. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. 584 с.
3. **Дубов Ю.А., Травкин С.И., Якимец В.И.** Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов систем. М.: Наука, 1986. 296 с.
4. **Зайцев А.В., Канушкин С.В., Зайцев И.А.** Модель деятельности предприятий с использованием интеллектуальных систем // ВНТС МАИ, Алушта, 2010, часть 1. С. 259-261.
5. **Зайцев И.А., Канушкин С.В.** поэтапная процедура принятия решений в условиях риска // Известия Института инженерной физики, 2011, № 2 (20). С. 49-53.
6. **Поддиновский В.В.** Теоретические основы выработки решений в сложных ситуациях. М.: МО, 1978. 159 с.
7. **Северцев Н.А., Дедков В.К.** Системный анализ и моделирование безопасности. М.: Высш. шк., 2006. 462 с.
8. **Терехов В.А., Ефимов Д.В., Тюкин И.Ю.** Нейросетевые системы управления. М.: ИПРЖР, 2002. 480 с.
9. **Черноруцкий И.Г.** Методы принятия решений. С.-Пб: БХВ-Петербург, 2005. 416 с.