В.В. Пицык, Е.Г. Гамаюнов, Л.В. Суховерхова
(Академия Государственной противопожарной службы МЧС России;
e-mail: kafvm@mail.ru)

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ НАДЁЖНОСТИ СИСТЕМЫ ПОЖАРНОЙ СИГНАЛИЗАЦИИ С ПАРАМЕТРИЧЕСКИМИ ОТКАЗАМИ

Предложена методика расчёта вероятности безотказной работы систем пожарной сигнализации, основанная на нестационарном решении системы дифференциальных уравнений Эрланга.

Ключевые слова: система контроля, параметрическая надёжность, вероятность состояния системы.

V.V. Pytsik, E.G. Gamayunov, L.V. Sukhoverkhova

THE PROCEDURE OF ASSESSING THE RELIABILITY OF FIRE ALARM SYSTEMS WITH PARAMETRIC REFUSALS

The design procedure of probability of non-failure operation of fire alarm systems, based on the non-stationary decision of system of the differential equations of Erlanga is offered.

Key words: the monitoring system, parametrical reliability, probability of a condition of system.

Статья поступила в редакцию Интернет-журнала 29 июня 2011 г.

Введение

По мере увеличения рисков возникновения пожаров повышаются требования к ***системам пожарной сигнализации (СПС)***.

Оценка состояния системы пожарной сигнализации на фиксированный момент времени является весьма важной, актуальной и сложной вероятностной задачей для своевременного извещения о возникновении пожароопасных ситуаций [3-5]. Не умоляя значимости известных методов оценки надёжности СПС, в данной статье предложена методика оценки состояния системы пожарной сигнализации с параметрическими отказами на прогнозируемый момент времени с целью планирования предупредительных ремонтно-восстановительных или регламентных работ, позволяющих поддерживать требуемый уровень надёжности СПС. Указанная методика позволяет оценивать состояние СПС на краткосрочный и долгосрочный периоды, определяет сроки обновления её технической базы, а также плановые сроки замены её элементов с использованием относительно простой в вычислительном отношении схемы.

Структура методики:

- теоретические положения;
- оценка состояния СПС.

1. Теоретические положения

Рассмотрим постановку задачи для следующих ***допущений и ограничений***.

1. Пусть система пожарной сигнализации состоит из конечного числа n датчиков, а также токоподводящих соединений (шлейфов), которые рассматриваются в качестве её структурных элементов.

2. Для каждого датчика с номером i имеется набор определяющих параметров U_{ik}, $k = 1, 2, ..., m_i$, где m_i – общее их число. Для каждого параметра U_{ik} задано его номинальное значение U_{ik}^0. Если оно не выходят за пределы заданного интервала допустимых значений $S_{ik} = (U_{ik}^{(\min)} < U_{ik}^0 < U_{ik}^{(\max)})$, то считается, что средство с номером i функционирует нормально. Отклонение значения параметра U_{ik} от его допустимых значений является параметрическим отказом средства, который, как правило, не выводит средство из рабочего состояния, а лишь ухудшает качество его функционирования [6].

3. При функционировании СПС в ней протекают деградационные процессы. Под их воздействием значения параметров $U_{ik} = U_{ik}(t)$ изменяются во времени. С течением времени $t^* > t_0$ за пределы допусков S_{ik} может выйти различное число параметров U_{ik} и система может оказаться в любом из следующих состояний:

$E_{i0} = E_{i0}(t) -$ состояние, в котором к моменту времени t отказов не происходит – значения всех определяющих параметров $U_{ik} = U_{ik}(t)$ находятся в границах интервалов S_{ik};

$E_{i1} = E_{i1}(t) -$ состояние, в котором на момент времени t имеется один отказ – значение одного из определяющих параметров оказалось вне границ соответствующего интервала его допустимых значений;

$E_{ik} = E_{ik}(t) -$ состояние, в котором к моменту времени t произошло k отказов – значения k определяющих параметров, из общего их числа m_i, оказалось вне границ соответствующих интервалов их допустимых значений;

$E_{im_i} = E_{im_i}(t) -$ состояние, в котором к моменту времени t произошло m_i отказов – значения всех m_i определяющих параметров оказались вне границ соответствующих интервалов их допустимых значений.

4. На прогнозируемый момент времени $t = t^*$ каждое из средств может оказаться с вероятностью $P_{ik} = P(A_{ik})$ в любом из описываемых состояний. Случайное событие A_{ik} означает возникновение состояния $E_{ik} = E_{ik}(t^*)$, в котором число k определяющих параметров, находящихся вне границ интервала S_{ik}, может достигнуть установленной критической величины $\bar{k}$, $1 \le \bar{k} \le m_i$. Вероятность P_i такого нерабочего состояния для средства с номером $i = 1, 2, \cdots, n$ будем обозначать также символом $P_{i\bar{k}} = P(A_{i\bar{k}}) = P_i$.

5. Будем считать, что для определяющих параметров $U_{ik} = U_{ik}(t)$, $k = 1, 2, ..., m_i$, где m_i – общее их число для средства с номером $i = 1, 2, ..., n$, интенсивность отказов λ_{ik} и интенсивность восстановления μ_{ik} одинаковы в однотипных датчиках:

$$\forall k, l = 1, 2, ..., m_i: \ \lambda_{ik} = \lambda_{il}, \ \ \mu_{ik} = \mu_{il}, \ i = 1, 2, \cdots, n.$$

Это в дальнейшем позволит для расчёта вероятности состояния каждого отдельного средства использовать суммарные интенсивности отказов $\lambda_i = \sum_{k=1}^{m_i} \lambda_{ik}$ и восстановления $\mu_i = \sum_{k=1}^{m_i} \mu_{ik}$.

6. Поток отказов в каждом из средств измерительной системы – простейший, и функции плотности потоков отказов и восстановления описываются показательными законами с параметрами λ_i и μ_i соответственно.

Требуется рассчитать вероятности состояний каждого i-го средства системы $P_{ik} = P(A_{ik})$ для любого момента времени t в предположениях 1-6.

Затем для найденных вероятностей P_{ik} *требуется рассчитать* вероятность $P_{a^*,n}$ состояния СПС в целом.

Будем рассчитывать вероятности состояний $P_{ik} = P(A_{ik})$ для любого момента времени t. Для этого, следуя, например, [7], составим дифференциальные уравнения для всех вероятностей $P_{ik} = P(A_{ik})$ (для удобства изложения индекс i будем опускать и вводить при необходимости).

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}P_0(t)}{\mathrm{d}t} = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t), \\ \dfrac{\mathrm{d}P_1(t)}{\mathrm{d}t} = -\lambda P_1(t) - \mu P_1(t) + \lambda P_0(t) + \mu P_2(t), \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \dfrac{\mathrm{d}P_k(t)}{\mathrm{d}t} = -\lambda P_k(t) - \mu P_k(t) + \lambda P_{k-1}(t) + \mu P_{k+1}(t), \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \dfrac{\mathrm{d}P_m(t)}{\mathrm{d}t} = -\mu P_m(t) + \lambda P_{m-1}(t). \end{cases} \tag{1}$$

Полученная система линейных дифференциальных уравнений (1) относительно неизвестных функций вероятности $P_k(t)$, $k = 0, 1, 2, ..., m$ известна как система Эрланга для начальных условий

$$P_0(t=0) = 1, \quad P_k(t=0) = 0, \ k = 1, 2, ..., m. \tag{2}$$

Стационарное решение системы уравнений (1) находится по формулам [8]:

$$P_k = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k P_0, \quad k = 1, 2, ..., m, \quad P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu}, \quad \sum_{k=0}^{\infty} P_k = 1. \tag{3}$$

Нестационарное рекуррентное решение системы (1) для различного числа определяющих параметров в измерительной системе можно получить следующим образом.

Применим преобразование Лапласа к функциям вероятностей $P_k(t)$ и запишем в матричной форме систему операторных уравнений, соответствующих уравнениям системы (1):

$$A\,Y = B, \tag{4}$$

где A – матрица коэффициентов системы уравнений;

Y – вектор, у которого компоненты $Y_{i,k}(p)$ являются изображениями соответствующих функций вероятностей $P_{i,k}(t)$, $k = 0, 1, 2, ..., m_i$, для средств с номерами $i = 1, 2, ..., n$;

B – вектор правых частей системы уравнений (4);

$p > 0$ – комплексная переменная.

Для случая, когда число определяющих параметров средства равно *m*, элементы *A, Y* и *B* системы (1) представляются так:

$$A = \begin{Vmatrix} -(p+\lambda) & \mu & 0 & ... & 0 & 0 \\ \lambda & -(p+\lambda+\mu) & \mu & ... & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & -(p+\lambda+\mu) & ... & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & ... & 0 & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & ... & -(p+\lambda+\mu) & \mu \\ 0 & 0 & 0 & ... & \lambda & -(p+\mu) \end{Vmatrix}$$

$$Y = \begin{Vmatrix} y_0(p) \\ y_1(p) \\ y_2(p) \\ y_3(p) \\ ... \\ y_{m-1}(p) \\ y_m(p) \end{Vmatrix}; \; B = \begin{Vmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ ... \\ 0 \\ 0 \end{Vmatrix}.$$

Решение системы уравнений (1) находится по формулам Крамера:

$$y_{m,j}(p) = \frac{D_{m+1}^{(j+1)}}{D_{m+1}}, \qquad j = 0, 1, 2, ..., m, \tag{5}$$

где D_{m+1} – определитель матрицы *A*, имеющий порядок $m + 1$;

$D_{m+1}^{(j+1)}$ – определитель, образованный из определителя D_{m+1} путём замены в нём столбца с номером $j + 1$ вектором *B*.

Запишем выражение для вычисления определителя D_{k+1}:

$$D_{k+1} = \begin{cases} -(p+\lambda), \text{если } k=0, \\ -(p+\mu)M_k - \lambda\mu M_{k-1}, \text{если } k=1, 2, ..., m, \end{cases} \tag{6}$$

где

$$M_k = \begin{cases} 1, \text{если } k=0, \\ -(p+\lambda)M_{k\text{-}1}, \text{если } k=1, \\ -(p+\lambda+\mu)M_{k\text{-}1} - \lambda\mu M_{k\text{-}2}, \text{если } k=2, 3, ..., m\text{-}1. \end{cases} \tag{7}$$

Запишем выражение для вычисления определителя $D_{k+1}^{(j+1)}$:

$$D_{k+1}^{(j+1)} = (-1)^{(j+1)} M_k^{(j+1)}, \quad k = 0, 1, 2, ..., m-1, \quad j = 0, 1, 2, ..., m, \tag{8}$$

где $M_k^{(j+1)}$ – минор элемента, расположенного на пересечении первой строки и столбца с номером j определителя $D_{k+1}^{(j+1)}$. Он вычисляется с помощью рекуррентного соотношения:

$$M_k^{(j+1)} = \begin{cases} M_0^{(j+1)} = 1, \quad j = 0, 1, 2, ..., m, \\ (-1)^{j+1}\lambda^j, \text{ если } k = j, j = 1, 2, ..., m, \\ -(p+\mu)M_{k-1}^{(j+1)}, \text{ если } k = j+1, j = 0, 1, 2, ..., m, \\ \text{-}(p+\lambda+\mu)M_{k-1}^{(j+1)} - \lambda\mu M_{k-2}^{(j+1)}, \text{ если } k = j+1, \\ j+2, ..., m\text{-}1; \ k > j, \ j = 1, 2, ..., m. \end{cases} \tag{9}$$

Перейдем к построению искомых функций вероятностей $P_{m,j}(t)$ того, что из общего числа m определяющих параметров за пределами допусков окажется их фиксированное число j ($j = 0, 1, 2, ..., m$).

Вероятности $P_{m,j}(t)$ являются функциями-оригиналами. Соответствующие им изображения $y_{m,j}(p)$ представляют собой дробно-рациональные функции от комплексной переменной p.

Для случая простых корней знаменателя D_{m+1}:

$$D_{m+1} = (p-p_0)(p-p_1)(p-p_2)...(p-p_m), \tag{10}$$
$$p_{k_1} \neq p_{k_2} \text{ при } k_1 \neq k_2.$$

Оригинал $P_{m,j}(t)$ находится по формуле [9]:

$$P_{m,j}(t) = \sum_{k=0}^{m} \frac{D_{m+1}^{(j+1)}(p_k)}{D_{m+1}^{/}(p_k)} e^{p_k t}, \quad j = 0, 1, 2, ..., m, \tag{11}$$

где $P_{m,j}(t)$ – вероятность события, состоящего в том, что из общего числа m определяющих параметров в средстве за пределами допусков может оказаться их фиксированное число j.

Для найденных значений вероятностей $P_{m,j}(t)$ рассчитывается вероятность состояния СПС $P_{a*,n}(t*)$ на прогнозируемый момент времени $t = t*$.

2. Оценка состояния СПС

Расчёт вероятности $P_{a*,n} = P(A_{a*,n})$ случайного события $A_{a*,n}$, состоящего в том, что на момент времени $t = t*$ из общего числа $n = n_1 + n_2 + \ldots + n_l$ средств системы в нерабочем состоянии может оказаться некоторое их число $a = a* \le n$ (индексом l обозначен конкретный тип средства, входящего в состав системы), будем выполнять для введённых выше в разд. 1. ограничений 1-6 в следующей последовательности. Блок-схема алгоритма расчёта приведена на рис. 1.

Опишем функциональное назначение блоков алгоритма.

Блок 1 исходных данных:

n – число средств СПС

n_l – число однотипных средств СПС;

m – число определяющих параметров $U_{i,k}$ для каждого типа средства системы;

для всех определяющих параметров в каждом типе средств интенсивности их отказов и восстановления одинаковы и равны соответственно:

$$\lambda = \frac{1}{\Delta T}; \quad \mu = \frac{1}{\Delta T}, \tag{12}$$

где ΔT – среднее время между отказами (восстановлениями);

$t = t*$ – прогнозируемый период времени.

Блок 2 системы дифференциальных уравнений Эрланга.

Система уравнений (1) с начальными условиями (2) составляется для исходных данных, хранящихся в блоке 1.

В ***блоке 3*** находится решение системы уравнений Эрланга по формуле (11):

$$P_{m,j}(t) = \sum_{k=0}^{m} \frac{D_{m+1}^{(j+1)}(p_k)}{D_{m+1}^{/}(p_k)} e^{p_k t}, \quad j = 0, 1, 2, \ldots, m. \tag{11}$$

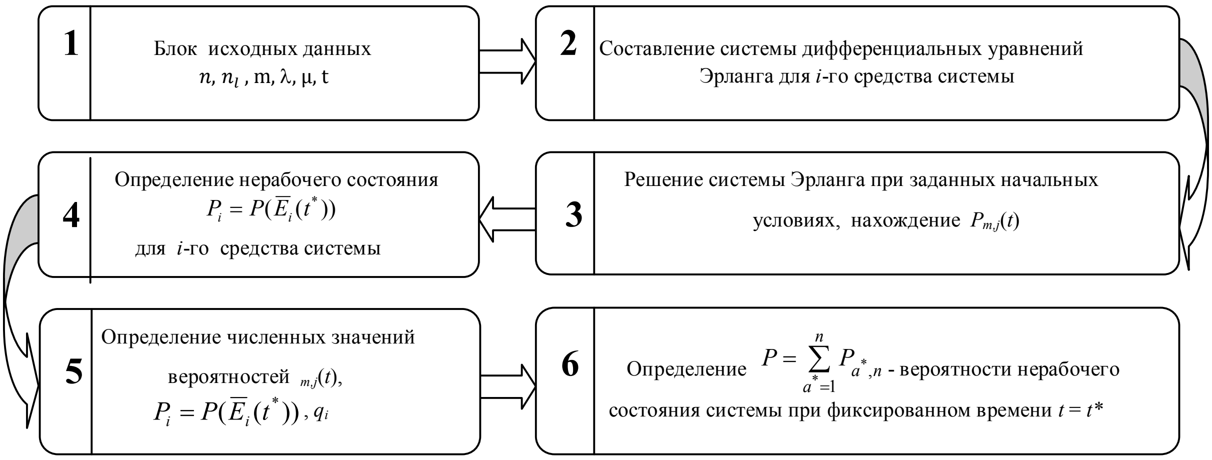

Рис. 1. Блок-схема алгоритма расчёта состояния СПС

Формулы вычисления вероятности $P_{m,j}(t)$ для конкретного числа определяющих параметров получены в работе [9]. В предлагаемой методике будем ими пользоваться и для удобства сведем их в табл. 1.

Таблица 1

Формулы для вычисления вероятности $P_{m,j}(t)$

$m = 1,\ \ j = 0, 1$	
$P_{m,j}(t)$	$P_{1,0}(t) = \frac{\mu}{\lambda+\mu} + \frac{\lambda}{\lambda+\mu} e^{-(\lambda+\mu)t}$; $P_{1,1}(t) = \frac{\lambda}{\lambda+\mu} - \frac{\lambda}{\lambda+\mu} e^{-(\lambda+\mu)t}$
$m = 2,\ \ j = 0, 1, 2$	
$P_{m,j}(t)$	$P_{2,0}(t) = \frac{\mu^2}{\lambda^2+\lambda\mu+\mu^2} + \frac{\lambda e^{-(\lambda+\mu-\sqrt{\lambda\mu})t}}{2(\lambda+\mu-\sqrt{\lambda\mu})} + \frac{\lambda e^{-(\lambda+\mu+\sqrt{\lambda\mu})t}}{2(\lambda+\mu+\sqrt{\lambda\mu})}$; $P_{2,1}(t) = \frac{\lambda\mu}{\lambda^2+\lambda\mu+\mu^2} + \frac{\lambda(\lambda-\sqrt{\lambda\mu})e^{-(\lambda+\mu-\sqrt{\lambda\mu})t}}{2\sqrt{\lambda\mu}(\lambda+\mu-\sqrt{\lambda\mu})} -$ $- \frac{\lambda(\lambda+\sqrt{\lambda\mu})e^{-(\lambda+\mu+\sqrt{\lambda\mu})t}}{2\sqrt{\lambda\mu}(\lambda+\mu+\sqrt{\lambda\mu})}$; $P_{2,2}(t) = \frac{\lambda^2}{\lambda^2+\lambda\mu+\mu^2} - \frac{\lambda^2 e^{-(\lambda+\mu-\sqrt{\lambda\mu})t}}{2\sqrt{\lambda\mu}(\lambda+\mu-\sqrt{\lambda\mu})} + \frac{\lambda^2 e^{-(\lambda+\mu+\sqrt{\lambda\mu})t}}{2\sqrt{\lambda\mu}(\lambda+\mu+\sqrt{\lambda\mu})}$

В блоке 4 определяется вероятность нерабочего состояния i-го элемента системы, $i = 1, 2, ..., n$, на момент времени $t = t^*$ по теореме сложения вероятностей [7]:

$$P_i = P(\overline{E}_i(t^*)) = \sum_{j=1}^{m} P_{m,j}(t^*)\,. \tag{13}$$

Это выражение получено в предположении, что нерабочее состояние i-го средства системы $\overline{E}_i(t^*)$ можно рассматривать как сумму несовместных событий, состоящих в отказе одного и более параметров средства системы, $j = 0, 1, 2, ..., m$.

В блоке 5 определяются значения вероятностей $P_{m,j}(t)$, $P_i = P(\overline{E}_i(t^*))$, q_i в следующей последовательности:

1) Находятся значения вероятностей $P_{m,j}(t)$ на фиксированные моменты времени $t = t^*$, используя формулы табл. 1.

2) По значениям функций $P_{m,j}(t)$ и формуле (13) рассчитываются вероятности $P_i = P(\overline{E}_i(t^*))$ нерабочего состояния каждого из средств с номером $i = 1, 2, ..., n$, на момент времени $t = t^*$.

3) По найденным значениям P_i, находятся вероятности q_i – вероятность того, что средство находится в рабочем состоянии:

$$q_i = 1 - P_i\,. \tag{14}$$

В ***блоке 6*** определяется вероятность $P_{a*,n}$ нерабочего состояния системы по значениям коэффициентов производящей функции φ(z) аргумента z, определённой следующей формулой [7]:

$$\varphi(z) = \prod_{i=1}^{n} (P_i z + q_i) = \sum_{a=0}^{n} P_{a^*,n} z^a \,, \qquad (15)$$

где P_i – вероятность того, что на момент времени $t = t^*$ средство с номером $i = 1, 2, ..., n,$ может пребывать в нерабочем состоянии $\overline{E}_i(t^*)$;

$q_i = 1 - P$ – вероятность того, что на момент времени $t = t^*$ средство с номером $i = 1, 2, ..., n,$ может оказаться в рабочем состоянии $E_i(t^*)$;

$P_{a*,n}$ – вероятность того, что на момент времени $t = t^*$ из общего числа n средств системы может оказаться в нерабочем состоянии некоторое их число $a = a^* \leq n$

Расчётом вероятности $P_{a*,n}$ завершается работа алгоритма.

Литература

1. ***Молчанов В.П.*** Пожарная автоматика – надёжное средство защиты от пожаров // Журнал-каталог "Пожарная автоматика", 2001-2002.
2. ***Неплохов И.Г.*** Повышение пожарной безопасности // Грани безопасности, 2004, № 29. С. 20-27.
3. ***Байхельт Ф.*** Надёжность и техническое обслуживание. М.: Радио и связь, 1988.
4. ***Чан Донг Хынг.*** Автоматизация противопожарной защиты объектов текстильной промышленности: дисс. на соиск. уч. степ. канд. техн. наук. М.: Академия ГПС МЧС России, 2010.
5. ***Ломаев Е.Н.*** Автоматизация системы противопожарной защиты объектов по производству легковых автомобилей: дисс. на соиск. уч. степ. канд. техн. наук. М.: Академия ГПС МЧС России, М., 2011.
6. ***Каштанов В.А., Медведев А.И.*** Теория надёжности сложных систем. М.: Европейский центр по качеству, 2002.
7. ***Вентцель Е.С***. Теория вероятностей. М.: Высшая школа, 2002.
8. ***Букан Дж., Кенигсберг Э.*** Научное управлениями запасами / Пер. с англ. М.: Наука, 1967. 424 с.
9. ***Пицык В.В.*** Модель прогнозирования нестационарного состояния измерительной техники с параметрическими отказами // Метрология. 2010, № 7. С. 3.
10. ***Пицык В.В.*** Математическая модель прогнозирования страховых запасов для профилактики измерительной техники // Метрология. 2006, №7. С. 3-29.
11. ***Рекомендации*** по расчёту надёжности технических средств защиты людей от опасных факторов пожара. М.: ВИПТШ, 1988.
12. ***Ярыгин А.С., Каткин Д.*** Надёжность как критерий выбора оборудования для системы пожарной сигнализации // Алгоритм безопасности, 2010, № 1.