

*В.А. Минаев<sup>1</sup>, С.Н. Тростянский<sup>2</sup>, С.В. Скрыль<sup>3</sup>, Ю.Н. Зенин<sup>2</sup>,  
Г.А. Бакаева<sup>2</sup>, Чу Куок Минь<sup>4</sup> (Россия, Вьетнам)*

*(<sup>1</sup>Российский новый университет, <sup>2</sup>Воронежский институт ГПС МЧС России,*

*<sup>3</sup>Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана;*

*<sup>4</sup>Академия ГПС МЧС России; e-mail: mlva@yandex.ru)*

## **ПОКАЗАТЕЛИ ПОЖАРНОЙ БЕЗОПАСНОСТИ И ВЕРОЯТНОСТЬ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ПОЖАРОВ: МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОСВЯЗИ**

*Разработана математическая модель, описывающая вероятность возникновения пожара на экономических объектах в зависимости от экономических и административно-правовых факторов, связанных с нарушениями требований пожарной безопасности среди владельцев.*

*Ключевые слова: математическое моделирование, пожарная безопасность, вероятность возникновения пожара, нарушения требований пожарной безопасности.*

*V.A. Minaev, S.N. Trostyansky, S.V. Skril, Y.N. Zenin,  
G.A. Bakayeva, Chu Quoc Minh (Russia, Vietnam)*

## **FIRE SAFETY CHARACTERISTICS AND THE PROBABILITY OF FIRES OCCURRENCE: MODELING THE RELATIONSHIP**

*The mathematical model describing the probability of fire on economic objects, depending on the economic, administrative and legal factors related to violations of fire safety among the owners, is discussed.*

*Key words: mathematical modeling, fire safety, probability of the fire occurrence, infringements of the fire safety requirements.*

Статья поступила в редакцию Интернет-журнала 24 сентября 2013 г.

Для эффективного управления пожарными рисками на объектах различных форм собственности необходима математическая модель, описывающая зависимость вероятности возникновения пожаров от социально-экономических и административно-правовых факторов, в том числе характеризующих соблюдение собственниками объектов требований пожарной безопасности.

Обозначим  $K$  количество пожаров, возникающих на хозяйственных объектах в единицу времени на определённой территории:

$$K = K_n + K_p, \quad (1)$$

где  $K_n$  – количество пожаров, происходящих по причинам, которые назовём непрофилактируемыми факторами со стороны ГПС;

$K_p$  – количество пожаров, возникающих из-за нарушения правил пожарной безопасности, правил устройства и эксплуатации электротехники, неосторожного обращения с огнём (назовём эти причины профилируемыми факторами со стороны *Государственной противопожарной службы (ГПС)*). Эти факторы можно исключить при соблюдении собственниками всех требований пожарной безопасности на соответствующих объектах.

Принимая во внимание, что более 70 % пожаров обусловлены профилактируемыми ГПС факторами [1], предположим линейную зависимость количества таких пожаров от общего количества хозяйственных объектов:

$$K_p = k \cdot N_p = k \cdot C \cdot N, \quad (2)$$

где  $k$  – коэффициент пропорциональности между количеством пожаров, обусловленных профилактируемыми факторами, и количеством объектов, собственники которых нарушают правила и требования пожарной безопасности;

$N_p$  – количество хозяйственных объектов, на которых имели место нарушения требований пожарной безопасности;

$C$  – некоторый множитель, отражающий долю собственников, которым выгодно экономить средства за счёт несоблюдения требований пожарной безопасности;

$N$  – общее количество хозяйственных объектов на данной территории.

Вероятность возникновения пожаров на хозяйственных объектах в определенный интервал времени оценим с учётом (1), (2) и статистического определения частоты пожаров как

$$p = \frac{K}{N} = \frac{K_n}{N} + \frac{K_p}{N} = p_n + p_p = p_n + k C, \quad (3)$$

где  $p_n$ ,  $p_p$  – вероятности возникновения пожаров за счёт, соответственно, непрофилактируемых и профилактируемых ГПС факторов.

Расчёт множителя  $C$ , отражающего экономическое представление хозяйствующих субъектов о возможности нарушения требований пожарной безопасности и определяющего долю собственников объектов, которым выгодно экономить средства за счёт несоблюдения названных требований, проведем на основе экономической модели рационального правонарушителя [2]. Рациональность правонарушителя означает, что нарушение происходит только в том случае, если ожидаемый выигрыш  $b$  от его совершения превышает возможные в случае пожара и (или) наказания потери  $u$  (то есть возможный выигрыш от совершения правонарушения превышает возможный проигрыш в случае возникновения пожара и (или) штрафных санкций):

$$(1 - p) b > p u, \quad (4)$$

при этом считается, что потенциальный правонарушитель на основе своего либо чужого опыта может оценивать вероятность  $p$ .

Уточним, что при расчёте уровня нарушений на основе модели рационального правонарушителя [2] учитывается, что последний в качестве ожидаемой прибыли  $b$  может рассматривать экономию на расходах по обеспечению пожарной безопасности объектов, а в качестве наказания может нести убытки  $u$  при возникновении пожаров на объектах и убытки  $H$  от штрафных санкций за нарушения требований пожарной безопасности при ожидаемой их вероятности за единицу времени  $f$ .

Очевидно, что применительно к рациональному правонарушителю игнорирование требований пожарной безопасности, с учётом возможных штрафных санкций, происходит только в том случае, если ожидаемый доход правонарушителя удовлетворяет условию

$$(1 - p)(b - fH) > pu. \quad (5)$$

Из анализа экономической статистики следует, что легальные доходы населения, в том числе доходы собственников хозяйственных объектов, имеют логнормальную плотность распределения [3]. Более того, исследования, проведенные в работе [4] по материалам российской и зарубежной статистики, показали, что и количество пострадавших, и материальный ущерб от пожаров и взрывов также корректно описываются логнормальной моделью плотности распределения:

$$\rho_{\mu, \sigma_u}(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_u u} \exp \left\{ -\frac{[\ln(u) - \ln(\mu)]^2}{2\sigma_u^2} \right\}, \quad (6)$$

где  $\rho_{\mu, \sigma_u}(u)$  – плотность логнормально распределённой случайной величины потерь и. собственниками объектов от пожаров;

$\mu$  – среднее значение для соответствующего распределения величины потерь от пожаров;

$\sigma_u$  – дисперсия распределения величины потерь от пожаров.

Логично предположить, что применительно к собственникам хозяйственных объектов, помимо логнормального распределения величины потерь от пожаров  $u$ , справедливо логнормальное распределение величины прибыли  $b$  от экономии за нарушения требований пожарной безопасности со средним значением для соответствующего распределения  $\eta$  и дисперсией  $\sigma_b$ , то есть

$$\rho_{\eta, \sigma_b}(b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_b b} \exp \left\{ -\frac{[\ln(b) - \ln(\eta)]^2}{2\sigma_b^2} \right\}. \quad (7)$$

Тогда при стационарном течении процессов в рассматриваемой области множитель  $C$ , определяющий долю собственников хозяйственных объектов, которым выгодно экономить средства за счет несоблюдения требований пожарной безопасности, с учётом (5)-(7) можно записать как

$$C = \int_{fH}^{\infty} \int_0^{\ln((1-p)(b-fH)/p)} \rho_{\mu, \sigma_u}(u) \rho_{\eta, \sigma_b}(b) du db, \quad (8)$$

где  $p$  – вероятность возникновения в единицу времени пожаров на хозяйственных объектах;

$f$  – вероятность наложения штрафных санкций в единицу времени на собственников объектов, допустивших нарушения требований пожарной безопасности;

$H$  – средняя величина штрафной санкции, налагаемой на собственников объектов за нарушения требований пожарной безопасности.

В выражении (8) верхний предел интеграла по потерям собственников  $u$  от пожаров определяется из условия рационального нарушения требований пожарной безопасности (5), а нижний предел интеграла по прибыли собственников  $b$  от экономии за нарушения требований пожарной безопасности лимитируется потерями, связанными с вероятными убытками от штрафных санкций и определяемыми произведением:  $f \bar{H}$ .

Рассмотрим динамику изменения вероятности возникновения пожаров при изменениях экономико-административных и правовых факторов и соответствующих им изменениях множителя  $C$ . Количество объектов, на которых имеют место нарушения требований пожарной безопасности и состояние которых характеризуется множителем  $C(t)$  в момент времени  $t$ , определяется как  $N_p(t) = C(t)N$ . Обозначим через  $N_p(C_i)$  количество объектов, имеющих нарушения требований пожарной безопасности, при некоторых стационарных экономико-административных и правовых условиях, характеризуемых состоянием  $C_i$  в некоторый момент времени  $t_i$ . Тогда  $N_p(C_i) = C_i N$ , где  $N$  – общее число хозяйственных объектов.

Рассмотрим динамику переходного процесса из состояния  $N_p(C_0)$  в состояние  $N_p(C_1)$  при изменении величины функции  $C(p, f, \mu, \eta, \sigma_u, \sigma_b, \bar{H})$  от  $C_0$  до  $C_1$  с изменением её аргументов, где  $C_0 > C_1$ , например, при изменении величины штрафных санкций после введения в действие Федерального закона "О внесении изменений в Кодекс Российской Федерации об административных правонарушениях по вопросам пожарной безопасности" от 3 июня 2011 г. № 120-ФЗ. При этом количество объектов  $N_p(t)$ , на которых имеют место нарушения требований пожарной безопасности, меняется за время  $\Delta t$ :

$$\Delta N_p = g[(N_p(C_1) - N_p(C_0))\Delta t = gN(C_1 - C_0)\Delta t, \quad (9)$$

где  $g$  – вероятность выполнения требований пожарной безопасности за единицу времени собственниками объектов, для которых они при изменении экономического множителя  $C$  становятся выгодными (если  $C_0 > C_1$ ).

Отсюда можно прийти к дифференциальному уравнению, описывающему зависимость величины  $N_p(t)$  от времени при изменении экономического множителя от  $C_0$  до  $C_1$ :

$$\frac{dN_p(t)}{N_p(t)} = -g \left( 1 - \frac{C_1}{C_0} \right) dt. \quad (10)$$

Решением уравнения (10) является функция, описывающая динамику переходного процесса

$$N_p(t) = N_p(t_0) \exp \left[ -g \frac{\Delta C_{01}}{C_0} (t - t_0) \right], \quad (11)$$

где  $\Delta C_{01} = C_0 - C_1$ .

Время переходного процесса  $\tau_{01}$  от  $N_p(t_0) = N_p(C_0) = NC$  до  $N_p(t_1) = N_p(C_1) = NC_1$  определяется как

$$\tau_{01} = - \left[ \ln \left( 1 - \frac{\Delta C_{01}}{C_0} \right) / \left( g \frac{\Delta C_{01}}{C_0} \right) \right]. \quad (12)$$

Значение  $g$  для вероятности выполнения требований пожарной безопасности собственниками объектов, для которых их выполнение при изменении множителя  $C$  становится выгодным, можно оценить из статистических данных по вероятности возникновения пожаров за счёт профилактируемых ГПС факторов. С учётом формул (3) и (12), при известном из статистических данных времени задержки  $\tau$  между изменением экономико-административных и правовых факторов и соответствующем изменении множителя  $C(t)$ , зависящего от этих факторов, значение  $g$  определяется по формуле:

$$\begin{aligned} g &= - \left[ \ln \left( 1 - \frac{\Delta C_{0\tau}}{C_0} \right) / \left( \tau \frac{\Delta C_{0\tau}}{C_0} \right) \right] = \\ &= - \left\{ \ln \left[ 1 - \frac{p_p(t_0) - p_p(t_0 + \tau)}{p_p(t_0)} \right] \right\} / \left[ \tau \frac{p_p(t_0) - p_p(t_0 + \tau)}{p_p(t_0)} \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

В частном случае, если при последовательных скачкообразных изменениях аргументов экономического множителя  $C$  отношение изменений функции  $\Delta C$  к её предыдущим значениям  $C$  остаётся постоянным:

$$\frac{\Delta C}{C} = \text{const}, \quad (14)$$

то выражение для динамики вероятности возникновения пожаров по профилактируемым ГПС причинам, с учётом (2), (3), (11), можно записать как

$$p_p(t) = p_p(t_0) \exp \left[ - g \frac{\Delta C}{C} (t - t_0) \right]. \quad (15)$$

Если считать вероятность возникновения пожаров по непрофилактируемым ГПС факторам практически постоянной во времени  $p_n(t) \approx p_n$ , как показано в [1], то в стационарных условиях вероятность  $p(t)$  возникновения пожаров в единицу времени имеет вид

$$p(t) = p_n + p_p(t_0). \quad (16)$$

В переходном процессе, при соблюдении условия (14), вероятность возникновения пожаров  $p(t)$  на хозяйственных объектах определяется формулой

$$p(t) = p_n + p_p(t_0) \exp \left[ - g \frac{\Delta C}{C} (t - t_0) \right], \quad (17)$$

которая при  $\Delta C > 0$  аналогична формуле

$$p(t) = p_n + p_p(t_0) \exp \left[ - \lambda (t - t_0) \right], \quad (18)$$

приведённой в [1] на основании обработки статистических данных о динамике количества пожаров на определенных территориях за различные промежутки времени.

Из сравнения (17) и (18) соотношение для определения показателя экспоненциального спада  $\lambda$  запишется как

$$\lambda = g \frac{\Delta C}{C}. \quad (19)$$

С учётом времени запаздывания  $\tau$  между изменением экономико-административных и правовых факторов и изменением множителя  $C$  для нестационарных условий, уравнение (8) преобразуется в выражение

$$C_t = \int_{f_{t-\tau} \bar{H}_{t-\tau}}^{\infty} \int_0^{\ln((1-p_{t-\tau})(b-f_{t-\tau} \bar{H}_{t-\tau})/p_{t-\tau})} \rho_{\mu_{t-\tau}, \sigma_{u,t-\tau}}(u) \rho_{\eta_{t-\tau}, \sigma_{b,t-\tau}}(b) du db, \quad (20)$$

где индексы  $t$  и  $t - \tau$  характеризуют время (например, год) между измерениями соответствующих характеристик.

Выражение для вероятности возникновения пожаров при нестационарных экономико-административных и правовых факторах из (3) и (20) принимает вид

$$p_t = p_n + k \int_{f_{t-\tau} \bar{H}_{t-\tau}}^{\infty} \int_0^{\ln((1-p_{t-\tau})(b-f_{t-\tau} \bar{H}_{t-\tau})/p_{t-\tau})} \rho_{\mu_{t-\tau}, \sigma_{u,t-\tau}}(u) \rho_{\eta_{t-\tau}, \sigma_{b,t-\tau}}(b) du db. \quad (21)$$

Определение коэффициента  $k$  возможно из выражения (21), с учётом статистических данных за предшествующие годы. На основе выражения (21), при известных экономико-административных и правовых факторах в  $t - \tau$  году, возможно определение вероятности возникновения пожаров на объектах различных форм собственности в  $t$  году. Расчёты значения "непрофилактируемой" вероятности возникновения пожаров  $p_n$  в формуле (21) можно провести на основе анализа временного ряда динамики вероятностей возникновения пожаров на хозяйственных объектах, полученного из статистических данных ГПС, с учётом выполняющейся для временного ряда формулы (18). На основе формулы (18) можно получить соотношение (22) и проанализировать для него временной ряд для разности значений

$$\Delta p(t - t_0) = p(t_0) - p(t) = p_p(t_0) [1 - \exp(-\lambda(t - t_0))]. \quad (22)$$

Тогда параметры  $p_p(t_0)$  и  $\lambda$  для этого временного ряда находятся с применением статистического пакета SPSS как параметры нелинейной регрессии. В частности, на основе данных ГПС по г. Воронежу за 2000-2010 гг. найдены следующие значения параметров временного ряда (22):

$$p_p(t_0) = 0,029; \lambda = 0,455.$$

Соответственно, находя значения  $p_n^i = p(t_i) - p_p(t_i) = p(t_i) - p_p(t_0) \exp[-\lambda(t_i - t_0)]$  для каждого  $i$ -го года и вычисляя среднее значение

$$p_n = \frac{\sum_{i=0}^{M-1} p_n^i}{M} \quad \text{за } M = 11 \text{ лет, получаем } p_n = 0,020, \text{ которое полагаем устойчивым}$$

во времени в соответствии с данными работы [1].

Тогда динамика вероятности возникновения пожаров  $p(t)$  на хозяйственных объектах г. Воронежа описывается формулой

$$p(t) = p_n + p_p(t_0) \exp[-\lambda(t - t_0)] = 0,020 + 0,029 \exp[-0,455(t - t_0)], \quad (23)$$

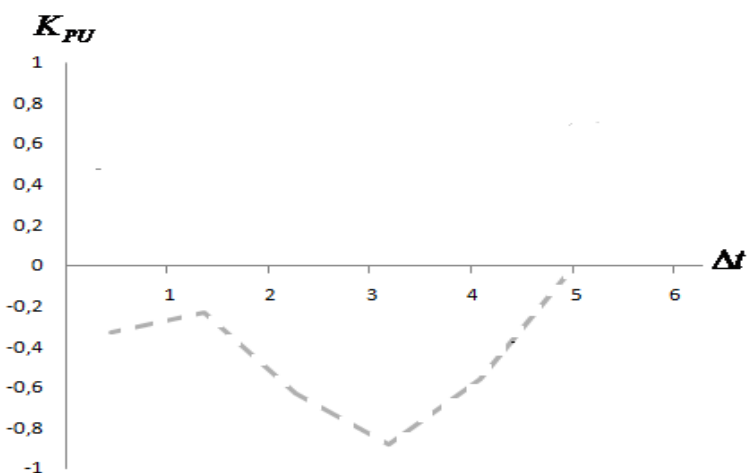
где  $t$  измеряется в годах;

$p_p(t_0)$  – вероятность возникновения пожаров за счёт профилактируемых ГПС факторов на хозяйственных объектах г. Воронежа в 2000 г.,  $p_p(t_0) = 0,029$ .

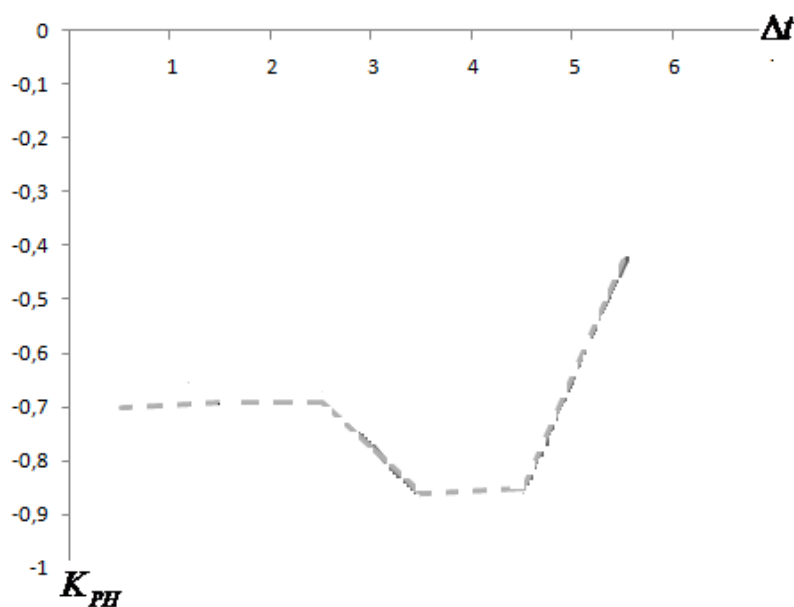
При сравнении расчётных данных по формуле (23) с данными статистики ГПС по г. Воронежу, показатель квадрата корреляции  $R^2$  составляет 0,954, что свидетельствует о достаточной корректности применения данной модели для прогностических расчётов динамики вероятности возникновения пожаров на хозяйственных объектах.

Результаты корреляционного анализа зависимости значений вероятности возникновения пожаров  $p_t$  в  $t$ -м году от величин убытков от пожаров  $u_{t-\Delta t}$  и взысканных штрафов за нарушения требований пожарной безопасности  $H_{t-\Delta t}$  в предшествующих  $(t - \Delta t)$ -х годах, приходящихся в среднем на один хозяйственный объект в г. Воронеже, представлены на рис. 1 и 2. Коэффициенты корреляции по Пирсону вычислены с применением статистического пакета SPSS. На рисунках видно, что для хозяйственных объектов имеет место значимая отрицательная корреляционная зависимость между вероятностью пожаров в  $t$ -м году и величинами убытков от пожаров и взысканных штрафов за нарушение требований пожарной безопасности в предшествующих  $(t - \Delta t)$ -х годах, с наиболее сильной отрицательной корреляционной зависимостью при интервале  $\Delta t \approx 3$  года.

Таким образом, на основе гипотезы рационального правонарушителя разработана математическая модель, описывающая вероятность возникновения пожаров на хозяйственных объектах в зависимости от экономических и административно-правовых факторов, определяющих долю нарушителей требований пожарной безопасности среди собственников объектов. В модели учитываются возможные потери собственников от пожаров на объектах, а также их возможные незаконные прибыли от экономии на несоблюдении требований пожарной безопасности и возможные штрафные санкции за несоблюдение этих требований. Данная модель непосредственно не оценивает вероятности возникновения пожаров в жилом секторе, где нет регулярного административно-правового контроля в отношении собственников жилья.



**Рис. 1.** Зависимость коэффициентов корреляции  $K_{PU}$  между вероятностью возникновения пожаров  $p_t$  в  $t$ -м году и убытками  $u_{t-\Delta t}$  от пожаров, приходящимися в среднем на один хозяйствующий объект в г. Воронеже в предшествующем  $(t - \Delta t)$ -м году, от интервала времени  $\Delta t$



**Рис. 2.** Зависимость коэффициентов корреляции  $K_{PH}$  между вероятностью возникновения пожаров  $p_t$  в  $t$ -м году и взысканными штрафами  $H_{t-\Delta t}$ , приходящимися в среднем на один хозяйствующий объект в г. Воронеже в предшествующем  $(t - \Delta t)$ -м году, от интервала времени  $\Delta t$

Предложенная математическая модель предназначена для прогнозирования вероятности возникновения пожаров на хозяйствующих объектах, а также для минимизации указанной вероятности, с учётом соответствующих административно-правовых мер со стороны органов государственной власти.



### Литература

1. **Белозеров В.В., Богуславский Е.И., Топольский Н.Г.** Модель оптимизации социально-экономических потерь от пожаров // Проблемы информационной экономики / Вып. VI. Моделирование инновационных процессов и экономической динамики: сб. науч. трудов. М.: ЛЕНАНД, 2006. С. 226-247.
2. **Becker G.** Crime and Punishment: An Economic Approach // Journal of Political Economy. 1968. 76. P. 169-217.
3. **Суворов А.В.** Проблемы анализа дифференциации доходов населения и построения дифференцированного баланса денежных доходов и расходов населения // Проблемы прогнозирования. 2001. № 1. С. 58-74.
4. **Акимов В.А., Быков А.А., Щетинин Е.Ю.** Введение в статистику экстремальных значений и её приложения. М.: ВНИИ ГОЧС, 2009. 524 с.
5. **Минаев А.В., Скрыль С.В., Тростянский С.Н.** Оценка вероятности возникновения пожаров на хозяйственных объектах с использованием математической модели // Матер. 21-й науч.-техн. конф. "Системы безопасности – 2012". М.: Академия ГПС МЧС России. С. 17-19.