УДК 519.85(075.8); 519.8:630

О.В. Герман, В.Б. Таранчук, Л.В. Школьников (Беларусь)
(Белорусский государственный университет, Республиканский центр управления
и реагирования на чрезвычайные ситуации МЧС РБ; e-mail: taranchuk@bsu.by)

О ФОРМУЛИРОВКЕ И МЕТОДАХ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ПОТРЕБНОСТЕЙ В РЕСУРСАХ ПОДРАЗДЕЛЕНИЙ МЧС

Приведены постановки, методики решения задач определения оптимальных потребностей в ресурсах и распределения имеющегося парка ресурсов между подразделениями МЧС с учётом накопленной статистики вызовов на ликвидацию чрезвычайных ситуаций.

Ключевые слова: статистика наблюдений, оптимальное распределение, методика расчётов.

O.V. German, V.B. Taranchuk, L.V. Shkolnikov

ON THE FORMULATION AND METHODS FOR SOLVING OPTIMIZATION PROBLEM OF RESOURCE REQUIREMENTS FOR EMERCOM DEPARTMENTS

Presents the formulation, method of solving the problem of determining the optimal resource requirements and allocation of available resources between the park emergency services, taking into account the accumulated statistics calls for liquidation of emergency situations.

Key words: observation statistics, optimal distribution, computational technique.

Статья поступила в редакцию Интернет-журнала 24 января 2014 г.

Одной из важнейших задач, связанных с оперативной ликвидацией ***чрезвычайных ситуаций (ЧС)***, является обеспечение подразделений МЧС необходимой номенклатурой и объёмом требуемых ресурсов. Ресурсов должно быть достаточно, однако в силу случайного характера ЧС нельзя заранее точно определить, сколько и каких именно средств потребуется при очередном вызове. С другой стороны, избыток ресурсов связан с финансовыми потерями на их содержание и обслуживание. Таким образом, задача может быть сформулирована в статистическом смысле: имея статистику вызовов за определенный период наблюдений, содержащую данные по времени поступления вызовов, задействованных при ликвидации ЧС ресурсах, характере и сложности ЧС, сделать вероятностную оценку потребностей в ресурсах и на основании этой оценки оптимально распределить имеющийся парк ресурсов между подразделениями МЧС.

Математической основой решения задач оптимального распределения ресурсов являются подходы, интегрирующие методы математического программирования, прикладной статистики и теории принятия решений [0-0]. Для рассматриваемого типа задач характерна неопределенность, например, при оценке сложности ЧС, законе распределения времени наступления или характере нанесенного ущерба.

Математическая формулировка задач

Рассмотрим две взаимосвязанные задачи. Первая формулируется как задача оптимизации потребностей в ресурсах подразделений МЧС. Цель решения этой задачи – найти такие прогнозируемые значения объёмов ресурсов, которые будут достаточны с заданной вероятностью для ликвидации очередной ЧС с учётом интенсивности возникновения ЧС и их "тяжести". Вторая задача формулируется как задача оптимального перераспределения наличного парка ресурсов между подразделениями МЧС с учётом рассчитанных потребностей.

Предусматривается два варианта решения первой задачи, связанной с расчётом оптимальных потребностей в ресурсах. Первый вариант (А) принимает, что имеются сведения по объёмам привлекаемых ресурсов (персоналу, транспортным единицам, топливу, химическим веществам и др.). Второй вариант (Б) принимает, что такая информация отсутствует. Для варианта Б расчёт строится на основе обобщенных показателей – "заменителей" физических аналогов. Во внимание берется сложность ликвидации ЧС, оцениваемая по затраченному времени, и тяжесть последствий (материальных убытков, человеческих жертв, экологическим последствиям). Принимается, что показатели сложности ЧС и тяжести последствий непосредственно коррелируют с задействованными на ликвидацию ресурсами. В результате решения задачи по варианту Б для подразделений МЧС находим среднестатистические интегральные оценки "сложность-тяжесть", на основании которых производится перераспределение между ними наличного парка ресурсов.

В качестве исходных данных служит информация о задействованных ресурсов при устранении аварий и ЧС за период наблюдений по подразделениям.

1. ***Расчёт оптимальных потребностей*** представляет решение оптимизационно-статистической задачи в следующей постановке: определить на основании имеющихся статистических данных минимально необходимое количество ресурсов (по указываемым типам), которое с заданной вероятностью будет достаточно для ликвидации последствий аварии силами данного подразделения МЧС.

2. ***Задача оптимального перераспределения ресурсов*** состоит в определении оптимальных объёмов ресурсов из общего парка ресурсов, выделяемых подразделениям МЧС, в соответствии с рассчитанными потребностями и с учётом характера и интенсивности вызовов на ликвидацию ЧС за период наблюдений. Сложность вызовов оценивает объём задействованных ресурсов, затраченное на ликвидацию ЧС время и характер последствий.

Описание предлагаемой методики решения задачи расчёта оптимальной потребности в ресурсах

Исходными данными для решения задачи являются:

a) сведения по датам выездов за рассматриваемый период;

b) сведения по количеству задействованного типа ресурса на каждом выезде;

c) задаваемая вероятность наличия достаточного количества рассматриваемого типа ресурса при очередном вызове.

Введём в рассмотрение ***случайную величину (с.в.)*** x – используемое количество ресурса при устранении произвольной ЧС за период наблюдений.

Для непрерывной с.в. x имеет место соотношение (1):

$$P(x \le w) = \int_0^w f(x)\,\mathrm{d}x, \tag{1}$$

для дискретной - выражение (2):

$$P(x \le w) = \sum_{i=0}^{i \le w} P(x = i). \tag{2}$$

В этих выражениях $P(x \le w)$ есть вероятность того, что случайная величина x примет при устранении произвольной ЧС значение, не превосходящее w. Эта вероятность задается в исходных данных задачи, например, $P(x \le w) \ge 0{,}95$. Далее $f(x)$ – плотность распределения с.в. x. Поскольку закон распределения случайной величины x не известен, то эта функция должна определяться на основании эмпирических данных (накопленных статистических данных по вызовам за рассматриваемый период наблюдений). $P(x = i)$ – вероятность того, что дискретная с.в. x примет значение i определяется по имеющейся статистике наблюдений. Значение w подлежит определению. Выходные данные – величина w.

Поставленная выше задача с учётом временной последовательности вызовов на ликвидацию ЧС может быть развита следующим образом. Пусть длительность зафиксированных интервалов между последовательными вызовами представлена последовательностью

$$S = <(t_1, r_1), (t_2, r_2), \ldots, (t_n, r_n)>. \tag{3}$$

В последовательности (3) указаны пары <интервал–объём ресурса>. Можно перейти к рассмотрению случайной величины

$$q = \frac{r}{t}, \tag{4}$$

где q характеризует интенсивность использования ресурса.

Ясно, что чем выше интенсивность (величина, обратная t в (4)), тем чаще или в большем объёме (или и то, и другое) используется ресурс.

Теперь нас интересует решение задачи в расширенной постановке. Найти

$$P(q \le q^{\max}) = \int_0^{q^{\max}} h(q)\,\mathrm{d}q\,, \tag{5}$$

где $h(q)$ – эмпирическая плотность распределения случайной величины q;
$q^{\max}$ – пороговое значение, например,

$$q^{\max} = \bar{q} + k \cdot \sigma_k\,,$$

$\bar{q}$ – среднее значение случайной величины q;
σ_q – среднеквадратическое отклонение q;
k – константа, например, k = 3.

Для отыскания плотности распределения $h(q)$ в (5) следует получить аналитическое представление эмпирической функции распределения случайной величины q.

Далее с учётом (4) имеем:

$$q_i^{\max} = \frac{r_i^{\max}}{t_i}\,. \tag{6}$$

Величина $r_i^{\max}$ в (6) оценивает максимально необходимое число (объём) ресурса при интервале очередного вызова t_i.

Замечание. Следует различать два типа ресурсов – восстанавливаемые (например, автомобили) и невосстанавливаемые (например, топливо). Соотношение (6) применимо в обоих случаях. Так, для планирования объёма невосстанавливаемого ресурса r_i на период T достаточно просто найти величину

$$T \cdot q_i^{\max}\,. \tag{7}$$

Для восстанавливаемых ресурсов оценка (6) итоговая. В самом деле, можно допустить, что к ликвидации ЧС привлекаются средства сторонних МЧС. Формула (6) дает требуемое значение потребности в ресурсе, но не указывает его принадлежность. Ясно, что это требуемое значение является "директивной" величиной (то есть данное МЧС должна располагать таким объёмом ресурса r_i в момент вызова). Будет она им располагать или нет, зависит от наличного общего парка ресурсов, что учитывается непосредственно в задаче оптимального распределения общего парка ресурсов.

Конкретизация методики расчётов

1. С точки зрения единообразия расчётов, дискретное распределение во многих случаях целесообразно заменять аппроксимирующим его непрерывным. Это позволяет иметь дело с непрерывной эмпирической функцией распределения, построенной по табличным данным.

2. Эмпирическая функция распределения сглаживается и определеяется её аналитическое описание, например с использованием некоторого полинома. Можно также использовать аппроксимацию каким-либо известным распределением (как правило, нормальным; в этом случае задача сведётся к определению параметров распределения). В любом случае используемый

вариант должен обеспечивать статистическую адекватность модели (например, по критерию Пирсона). Найденное аналитическое описание позволяет определить вид функции плотности *f*(*x*).

Для дискретной с.в., принимающей значения 0 или 1, в качестве аппроксимирующего теоретического распределения можно использовать распределение Бернулли.

Для решения интегрального уравнения вида (8)

$$P(x \le w) = \int_0^w f(x)\,\mathrm{d}x \ge p \qquad (8)$$

можно рекомендовать метод Монте-Карло или дихотомический поиск [0, 0]. Методика решения задачи на основе метода Монте-Карло предполагает конкретизацию (8), требующую найти *w* для заданной вероятности *p*. Точность метода Монте-Карло квадратично зависит от числа итераций. Так, для точности, оцениваемой сотыми долями, число итераций оценивается как несколько десятков тысяч.

Методика на базе дихотомического поиска реализуется следующим алгоритмом.

Шаг 1. Зададим $a = w^{\max}$, $b = 0{,}5 \cdot w^{\max}$, $i = 0$.

Шаг 2. Рассчитаем значение определенного интеграла $P_i = \int_0^b f(z)\,\mathrm{d}z$.

Шаг 3. Если $|P_i - 0{,}95| \le \varepsilon$ (ε − погрешность вычислений), конец: $w = b$. Иначе устанавливаем: $\Delta = \frac{|a-b|}{2}$. Переход на следующий шаг.

Шаг 4. Если $P_i \le 0{,}95 - \varepsilon$, полагаем $b = b + \Delta$. Переход на шаг 2.

Шаг 5. Если $P_i \ge 0{,}95 + \varepsilon$, полагаем $a = b,\ \ b = b - \Delta$. Переход на шаг 2.

Задача оптимального перераспределения ресурсов

Исходными данными являются:

a) сведения по датам выездов за рассматриваемый период (за все время наблюдений);

b) сведения по количеству задействованных основных ресурсов на каждом выезде (включая нулевые значения, если ресурс не использовался, а также данные по удаленной технике, привлеченной к ликвидации ЧС) либо по интегральным показателям E(*r*). Модель задачи оптимального (пере)распределения ресурсов строится с учётом того, чтобы привлекаемые объёмы удаленной техники были минимальными;

c) сведения о затраченном времени на ликвидацию ЧС;

d) оценка нанесенного при ЧС ущерба.

С учётом данных a) определяется интенсивность выездов данного подразделения МЧС. С учётом данных b) и c) определяется сложность ЧС. Обозначим интенсивность вызовов подразделения МЧС через λ_i, усредненную сложность вызова через φ_i. Усредненную сложность вызова предлагается оценивать по формуле (9):

$$\varphi_i = \frac{1}{N} \cdot \sum_{j=1,N} (\alpha_R \cdot F_{Rj} + \alpha_T \cdot F_{Tj}). \quad (9)$$

где N – число вызовов подразделения МЧС за рассматриваемый период (всё время наблюдений);

F_{Rj} – функция (полезности) Саати для критерия "Силы и средства";

F_{Tj} – функция (полезности) Саати для критерия "Время ликвидации аварии";

α_R (α_T) – веса соответствующих критериев.

Предполагается, что объём привлеченных сил и средств характеризует масштабы ЧС, время ликвидации ЧС – характер (сложность процесса) её ликвидации, а нанесенный ущерб – значимость происшествия. Таким образом, φ_i дает совокупную оценку объёма (масштаба) ЧС, её сложности и значимости.

Методика Т. Саати хорошо известна и положительно зарекомендовала себя при решении задач, связанных с принятием решений в условиях неопределенности и многокритериальности [0]. Коротко суть методики Т. Саати состоит в следующем. По каждому критерию эксперт(ы) строит(ят) функцию полезности F, значение которой изменяется от 0 до 1 (0 – наихудший случай, 1 – наилучший). Например, рассмотрим критерий "Силы и средства". Вид функции полезности может быть таким (схематично изображен на рис. 1).

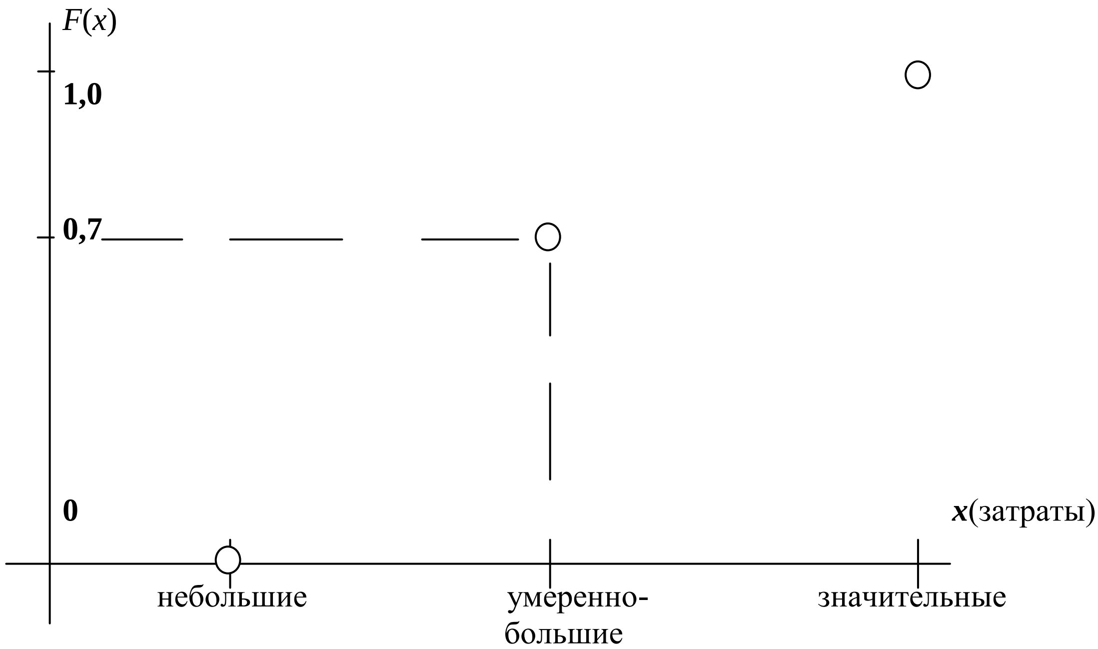

Рис. 1. Вид функции полезности для критерия "Силы и средства"

Значение (лингвистической) переменной x задается экспертом, например, следующим образом (табл. 1, 2).

Таблица 1

Значения лингвистической переменной *x* – "Силы и средства"

Значение *x*	**"Небольшие"**	**"Умеренно большие"**	**"Значительные"**
	До 2 автомашин и до 10 человек	От 2 до 3 автомашин и от 10 до 20 человек	Больше 3 автомашин и более 20 человек

Таблица 2

Матрица приоритетов

Критерии	K_1	K_2	K_3
K_1– "Силы и средства"	1	Q_{12}	Q_{13}
K_2– "Время ликвидации аварии"	$Q_{21} = 1/Q_{12}$	1	Q_{23}
K_3 – "Ущерб"	$Q_{31} = 1/Q_{13}$	$Q_{32} = 1/Q_{23}$	1

Тогда значение веса критерия находим по формуле:

$$\alpha_u = \frac{\sqrt{\Pi_{j=1}^{j=3} Q_{uj}}}{\sum\limits_{i=1,2} \sqrt{\Pi_{j=1}^{j=3} Q_{ij}}}. \tag{10}$$

В (10) Q_{ij} – величина, стоящая в i-й строке и j-м столбце матрицы приоритетов критериев. Далее на основании (9) вычисляем величину

$$G_i = \lambda_i \cdot \varphi_i, \tag{11}$$

которая характеризует взвешенную по сложности интенсивность потока вызовов (λ_i – интенсивность вызовов на устранение ЧС за период наблюдений T по i-му подразделению, которая определяется из таблицы наблюдений делением числа вызовов на длительность периода T). Она определяет "напряжение" работы подразделения МЧС и должна учитываться при перераспределении парка ресурсов.

Пусть R_k – общий парк ресурса k-го наименования, r_{kj} – его объём, выделяемый МЧС$_j$, w_{kj} – рассчитанная оптимальная потребность в ресурсе для МЧС$_j$. Наличный парк ресурсов R_k следует распределять в прямой пропорции со значениями w_{kj}, то есть чем больше величина w_{kj}, тем больше ресурса k-го наименования следует выделить МЧС$_j$.

Сформулируем задачу в форме постановки (12), где величины δ_{kj} введены с учётом того, чтобы гарантированно получить решение:

найти

$$L = M \cdot \varepsilon + \sum_{j=1,n} \delta_{kj} / G_j \to \min$$

при условиях

$$\begin{gathered} r_{kj} \geq \omega_{kj}, \\ \sum_{j=1,n} r_{kj} = R_k + \varepsilon, \\ R_k \cdot \frac{G_j}{\sum\limits_{k=1,n} G_k} - \delta_{kj} \leq r_{kj} \leq R_k \cdot \frac{G_j}{\sum\limits_{k=1,n} G_k} + \delta_{kj}, \\ \varepsilon \geq 0, \quad \delta_{kj} \geq 0, \quad k = 1, K; \quad j = 1, n. \end{gathered} \tag{12}$$

Постановка (12) допускает, что имеющегося парка ресурсов может не хватить на то, чтобы удовлетворить рассчитанным значениям потребностей в ресурсах. Поэтому очевидное ограничение

$$\sum_{j=1,n} r_{kj} = R_k$$

заменено на

$$\sum_{j=1,n} r_{kj} = R_k + \varepsilon, \quad \varepsilon \geq 0.$$

Здесь недостаток ресурса (если он имеется) R_k компенсируется дополнительной неотрицательной переменной ε. Далее, ограничение

$$R_k \cdot \frac{G_j}{\sum_{k=1,n} G_k} - \delta_{kj} \leq r_{kj} \leq R_k \cdot \frac{G_j}{\sum_{k=1,n} G_k} + \delta_{kj},\ j = 1, n \tag{13}$$

означает, что ресурс R_k распределяется между подразделениями МЧС$_j$ с учётом их "весов" (приоритетов) G_j. "В идеале" ресурс раскладывается соответственно интенсивности и сложности работы подразделения МЧС$_j$. Величины δ_{kj} представляют дополнительные переменные, вводимые при условии недостаточности парка ресурсов. Дополнительные "приращения" выделяемых ресурсов должны стремиться к нулю, что объясняет целевую функцию

$$L = M \cdot \varepsilon + \sum_{j=1,n} \delta_{kj} / G_j \to \min. \tag{14}$$

Таким образом, нехватка парка ресурсов потребует ввести строго положительное значение ε. При ε = 0 имеющегося парка ресурсов достаточно для удовлетворения рассчитанных потребностей в ресурсах.

Постановка (12) является примером задачи линейного программирования, которую можно решить, например, на базе имеющихся математических пакетов типа "Поиск решения Microsoft Excel", а также в системах компьютерной алгебры ([0]).

Литература

1. ***Гурин Л.С., Дымарский Я.С., Меркулов А.Д.*** Задачи и методы оптимального распределения ресурсов. М.: Радио и связь, 1968. 463 с.

2. ***Спесивцев А.В.*** Жадные алгоритмы распределения ресурсов. М.: Малип, 1993. 288 с.

3. ***Евтушенко Ю.Г.*** Методы решения оптимальных задач и их применение в системах оптимизации. М.: Наука, 1982. 432 с.

4. ***Ланге О.*** Оптимальные решения. М.: Прогресс, 1967. 283 с.

5. ***Герман О.В., Дорожкина Н.Н.*** Различные приложения стратегии устранения невязок // Вестник Ставропольского государственного университета. 2002. № 18. С. 73-85.

6. ***Ермольев Ю.М., Ястремский А.И.*** Стохастические модели и методы в экономическом планировании. М.: Наука, 1979. 253 с.

7. ***Birge J.P., Loveaux F.*** Stochastic Programming // Springer. 1997. 403 p.

8. ***Самко А.Р., Боброва Н.Л., Герман О.В.*** Построение многомерного нечеткого распознавателя на обучающем множестве // Доклады БГУИР. №2 (64). Минск, 2012. С. 60-66.

9. ***Таранчук В.Б.*** Основные функции систем компьютерной алгебры: пособие для студентов фак. прикладной математики и информатики. Минск: БГУ, 2013. 59 с.

10. ***Ермаков С.М.*** Метод Монте-Карло в вычислительной математике. С.-Пб.: Бином, 2009. 192 с.

11. ***Саати Т., Кернс К.*** Аналитическое планирование. Организация систем. М.: Радио и связь, 1991. 224 с.