

Пранов Б.М.

(РАНХиГС при Президенте РФ; e-mail: boris.pranov@gmail.com)

О НЕКОТОРЫХ ПОДХОДАХ К МОДЕЛИРОВАНИЮ И ПРОГНОЗИРОВАНИЮ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ПОЖАРНОЙ СТАТИСТИКИ

Проведён анализ моделирование и прогнозирования временных рядов пожарной статистики Российской Федерации и США с использованием производственной функции Кобба-Дугласа.

Ключевые слова: модель, временной ряд, аппроксимация.

Pranov B.M.

SOME NEW APPROACH TO MODELING AND FORECASTING OF TIME SERIES OF FIRE STATISTICS

Analysis of modeling and forecasting time series of fire statistics of the Russian Federation and the United States with use terms of production Cobb-Douglas function.

Key words: model, time series, approximation.

Статья поступила в редакцию Интернет-журнала 7 ноября 2014 г.

В работе [1] представлен новый подход к моделированию и прогнозированию временных рядов пожаров и других показателей пожарной статистики. В большинстве случаев при анализе временных рядов пожарной статистики используют однофакторные линейные модели вида

$$y_i = a + bx_i + \varepsilon_i, \quad (1)$$

где y – фактические данные пожарной статистики;

x – соответствующий момент времени;

a и b – оцениваемые коэффициенты (b – так называемый "тренд" модели);

ε_i – ошибка модели;

i – номер этого момента времени (года).

Рассматриваются также линейные многофакторные модели вида

$$y_i = a_0 + a_1x_{1i} + \dots + a_kx_{ki} + \varepsilon_i, \quad (2)$$

где i – номер момента времени,

x_1, \dots, x_k – параметры оценки временного ряда y_i ,

a_0, a_1, \dots, a_k – оцениваемые коэффициенты.

При этом для получения модели вида (2) необходимо иметь временные ряды параметров x_1, \dots, x_k , значения которых обычно берутся из сборников официальной статистики [2].

В экономических дисциплинах используется целый ряд математических моделей как линейных, так и нелинейных, оцениваемые параметры которых имеют содержательный смысл. К ним относятся так называемые *модели производственной функции*, описывающей процессы "затраты – выпуск". Одной из наиболее популярных как в теоретических, так и в прикладных исследованиях является функция Кобба-Дугласа:

$$Y = A \cdot x_1^{\alpha_1} \cdot x_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot x_n^{\alpha_n}.$$

С использованием функции Кобба-Дугласа была сделана попытка оценить связь таких факторов, как труд и капитал, с ростом национального дохода США в 20-30 годах XX века:

$$N = A \cdot K^\alpha \cdot L^\beta,$$

где N – национальный доход;

A – коэффициент размерности;

K и L – соответственно объемы капитала и приложенного труда;

α и β – коэффициенты эластичности производства по капиталу K и труду L .

При этом под капиталом K понимается оценка стоимости основных фондов предприятия (региона, страны), а под трудом L – численность работников предприятия (или эквивалентная ей величина – суммарная заработная плата).

Функция Кобба-Дугласа используется для описания объема производства в зависимости от числа занятых (наряду с капиталом):

$$Y = c \cdot K^\alpha \cdot L^\beta,$$

где Y – объем производства;

K – величина капитала;

L – численность занятых;

c – постоянный параметр производительности.

В этой модели показатели степеней α и β имеют разумный геометрический и содержательный смысл. Обычно эти коэффициенты лежат в пределах от 0 до 1. В таком случае производственная функция Y является возрастающей по переменным K и L (первые частные производные по K и L больше нуля). Далее, скорость роста функции Y при увеличении значения аргументов возрастает все медленнее (вторые частные производные по K и L меньше нуля). Это хорошо согласуется с экономическими представлениями о динамике производства при изменении значений определяющих его факторов.

Исходя из такого понимания смысла функции Кобба-Дугласа, была сделана попытка применить её для описания различных аспектов пожарной статистики. И в самом деле, пожары, гибель людей на пожарах, получение травм на пожаре, наконец, ущерб от пожара можно рассматривать как своего рода "продукцию" человеческого сообщества при затратах как материальных, так и человеческих ресурсов.

Приведем теперь кратко отчет о построении ряда моделей. Все они имеют следующий вид:

$$Y = A \cdot X_1^\alpha \cdot X_2^\beta, \quad (3)$$

где Y означает аппроксимируемую величину (были взяты данные официальной статистики по пожарам в РФ – всего пожаров, число погибших на пожарах, число травмированных, материальный ущерб от пожаров [2]).

В качестве параметров были взяты: X_1 – **величина ВВП (валового внутреннего продукта)** Российской Федерации за соответствующий год и X_2 – численность населения [3].

Аналогичные модели были построены для официальной статистики пожаров в США [4]. Сведения о построенных моделях представим в виде диаграмм и таблиц.

Для **всех пожаров** в РФ модель имеет вид:

$$Y = 292,195 \cdot X_1^{-0,251} \cdot X_2^{0,098}.$$

Графическое сравнение результатов моделирования с фактическими данными представлено на рис. 1.

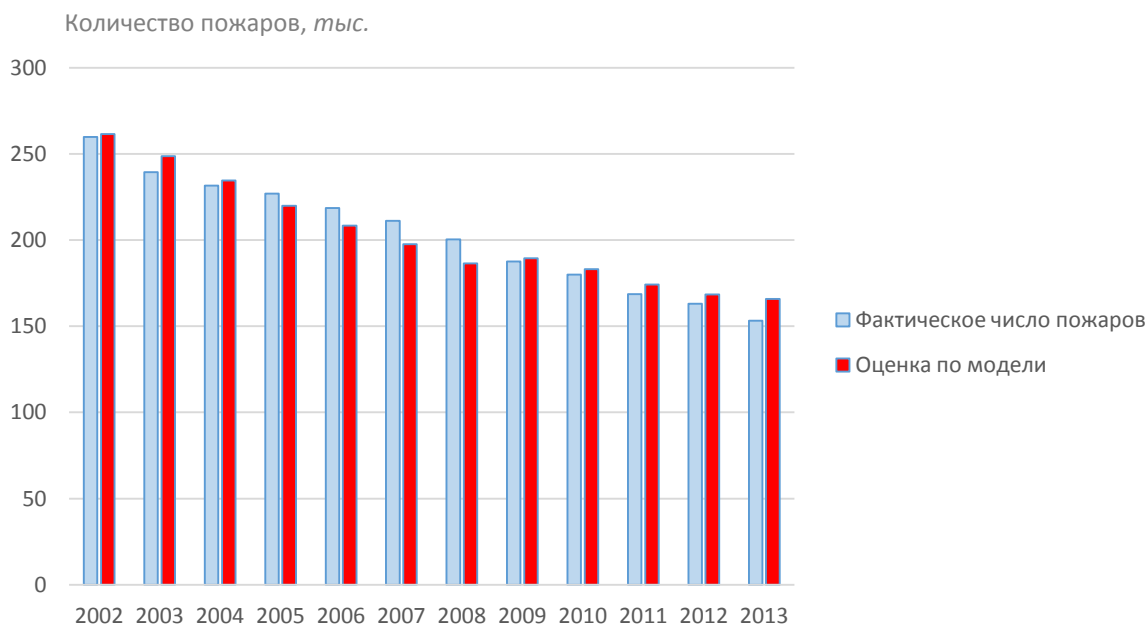


Рис. 1. Графическое представление сравнения результатов моделирования с фактическими данными

Коэффициент корреляции между фактическими данными и моделью составляет 0,964. В табл. 1 содержатся сведения о значениях использованных параметров и аппроксимации числа всех пожаров в РФ за указанные годы.

Таблица 1

**Аппроксимация общего числа пожаров в РФ за 2002-2013 гг.
(параметры – ВВП и численность населения)**

Год	Всего (тыс.)	Модель (тыс.)	Отклонение
2002	259,84	261,41	-1,58
2003	239,29	248,71	-9,43
2004	231,49	234,53	-3,05
2005	226,95	219,93	7,03
2006	218,57	208,27	10,3
2007	211,16	197,62	13,54
2008	200,39	186,35	14,04
2009	187,49	189,35	-1,86
2010	179,98	183,05	-3,07
2011	168,53	174,26	-5,73
2012	162,98	168,37	-5,4
2013	153,21	165,75	-12,54

Если же в качестве факторов взять стоимость основных фондов (в *трлн* руб.) и численность населения (в *млн* чел.), то результаты окажутся такими:

$$Y = 358,075 \cdot X_1^{-0,269} \cdot X_2^{0,106}.$$

Коэффициент корреляции фактических данных с результатами моделирования составил 0,994.

Результаты моделирования изображены на рис. 2.

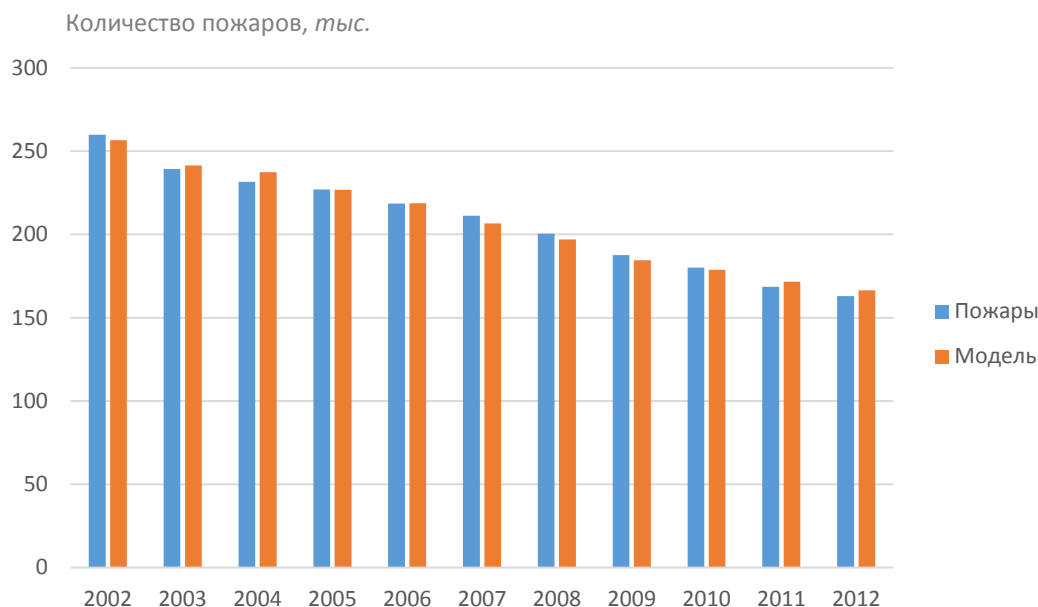


Рис. 2. Аппроксимация всех пожаров в РФ в зависимости от стоимости основных фондов и численности населения

В табл. 2 представлены числовые данные моделирования.

Таблица 2

**Аппроксимация общего числа пожаров в РФ за 2002-2012 гг.
(параметры – оценка стоимости основных фондов и численности населения)**

Год	Всего (тыс.)	Модель (тыс.)	Отклонение
2002	259,84	256,52	3,31
2003	239,29	241,41	-2,13
2004	231,49	237,31	-5,83
2005	226,95	226,84	0,11
2006	218,57	218,76	-0,19
2007	211,16	206,52	4,65
2008	200,39	197,06	3,33
2009	187,49	184,44	3,05
2010	179,98	178,73	1,25
2011	168,53	171,7	-3,17
2012	162,98	166,44	-3,46

Аналогичные результаты были получены для оценки числа погибающих людей на пожарах, числа травмированных людей на пожарах, а также для общей оценки прямого материального ущерба (в целом по РФ).

Рассмотрим теперь один из результатов моделирования пожарной статистики для США. Графическое сравнение результатов моделирования с фактическими данными представлено на рис. 3.

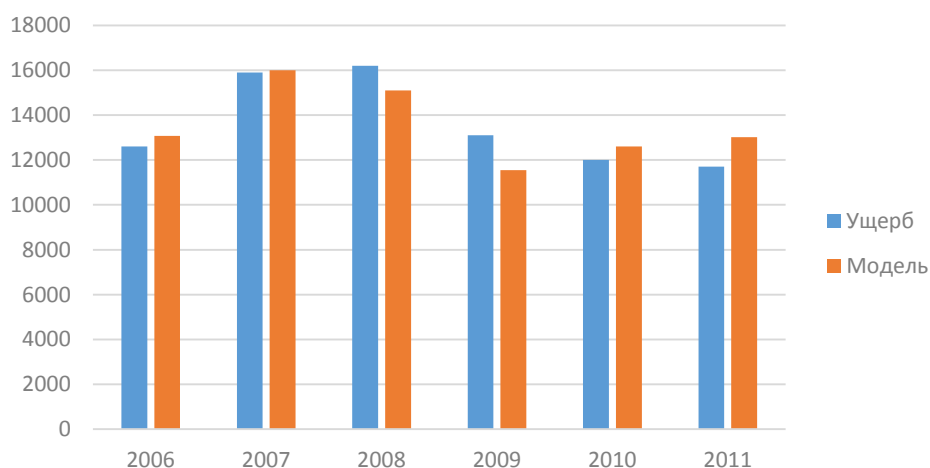


Рис. 3. Графическое представление фактических данных и результатов моделирования ущерба от пожаров в США

Коэффициент корреляции между фактическими данными и моделью составляет 0,834.

Сделаем теперь некоторые выводы и пожелания.

1. Аппроксимация отечественной статистики имеет высокое качество (у всех построенных моделей наблюдается высокая корреляция с исходными данными).

2. Можно строить модели для разного уровня административно-территориальной подчиненности (для городов, их кластеров, сельской местности); при этом в качестве показателей X_1 и X_2 следует брать соответствующие (население городское, сельское, ВВП города или сельской местности и т.д.).

3. Поскольку такое социальное явление, как преступность, также можно рассматривать своего рода "продукцией" населения и ВВП (или соответствующих их разновидностей), то аналогичные расчеты следовало бы провести и для аппроксимации, и, возможно, для прогнозирования преступности.

4. Наконец, было бы интересно исследовать, имеют ли содержательный смысл коэффициенты A , α , β модели (3).

Литература

1. **Пранов Б.М.** О некоторых аспектах моделирования и прогнозирования временных рядов пожаров // Матер. 23-й междунар. науч.-техн. конф. "Системы безопасности – 2014". М.: Академия ГПС МЧС России, 2014. С. 22-25.

2. **Статистика** пожаров в Российской Федерации за 2003 г. <http://www.mchs.gov.ru/stats/Pozhari>.

3. **Российский** статистический ежегодник – 2003 г. / Госкомстат России. – М., 2003. 705 с. (2003-2013 гг.).

4. **Centre of Fire Statistics of CTIF** – World Fire Statistics 2006. Rep. №№ 11, 13, 17, 19.