

*Е.В. Береснева*

(АГЗ МЧС России; e-mail: dobrov42@yandex.ru)

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ РАДИАЦИОННОГО ОБЛАКА ПРИ ПОЖАРЕ ЗАГРЯЗНЁННОГО РАДИОНУКЛИДАМИ ЛЕСНОГО МАССИВА**

*Разработана математическая модель формирования и оседания радиационного облака, образовавшегося при лесном пожаре на территории, загрязнённой радионуклидами.*

*Ключевые слова: радиационное облако, метод Монте-Карло.*

*E.V. Beresneva*

## **SIMULATION OF RADIATION CLOUDS DURING FIRE OF CONTAMINATED WITH RADIONUCLIDES FOREST**

*The mathematical model of the formation and sedimentation of radiation clouds, formed under fire forest, contaminated with radionuclides.*

*Key words: radiation cloud, Monte Carlo method.*

Статья поступила в редакцию Интернет-журнала 18 февраля 2015 г.

Вследствие аварии на Чернобыльской АЭС были заражены радионуклидами большие территории. Часть радиационного облака осела на лесные массивы (Брянские и Тульские леса, "Рыжий" лес, расположенный непосредственно вблизи ЧАЭС, и т.д.). Если в этих областях возникнет лесной пожар, это вызовет вторичное загрязнение или загрязнение "чистых" и относительно "чистых" территорий. Для обеспечения безопасности населения, проживающего вблизи радиоактивно загрязнённых лесных массивов, необходимо точное прогнозирование радиоактивного загрязнения, при возможном пожаре.

Чернобыльская авария породила разработку множества моделей формирования и распространения радиоактивного облака. Под эгидой МАГАТЭ ведется работа по сбору, анализу, сравнению, классификации этих моделей [1]. Но до сих пор нет официальной модели, позволяющей получить удовлетворительный результат по прогнозированию радиационного загрязнения для различных условий. Это подтверждает Европейский трассерный эксперимент ЕТЕХ, в котором были рассмотрены 22 национальные программы, использующие различные стратегии моделирования распространения примеси в атмосфере.

Это связано с тем, что существующие модели позволяют определить радиационный след, имеющий однородно-убывающую концентрацию радионуклидов, зависящую от направления ветра и расстояния до радиоактивного источника. Но, согласно экспериментальным данным, радиационный след имеет "пятнистую" структуру. Области с повышенной концентрацией радионуклидов могут чередоваться с областями относительно-малой концентрации.

Из анализа результатов системного анализа следует [2], что на структуру радиационного следа, в первую очередь, влияют турбулентные потоки в радиационном облаке. На данный момент моделирование турбулентных вихрей остается до конца нерешённой задачей и основные проблемы описания распространения примеси в среде связаны именно с поиском её решения [3].

Поэтому при разработке математической модели были поставлены две задачи. Первая – построение модели формирования, распространения и оседания радиационного облака, которая учитывает турбулентные вихри. Вторая – получение "пятнистого" радиационного следа.

Образование и оседание радиационного облака, возникшего в результате горения лесного массива, загрязненного радионуклидами, рассматривается как сложная динамическая система [2]. В силу сложности процессов, протекающих в системе, используется имитационная модель с агрегативным описанием функционирования как всей системы, так и её подсистем, а квазипараллельный режим организуется процессным способом [4].

Имитационную модель целесообразно использовать потому, что имеющиеся аналитические и вероятностные методы либо слишком упрощены и не удовлетворяют необходимой точности, либо математические процедуры, используемые в них, сложны и трудоемки. А также, из-за невозможности наблюдения явления в реальных условиях, отсутствия необходимых эмпирических данных для построения точных математических и вероятностных моделей с изменяющимися во время моделирования входными данными.

Для описания процесса формирования радиационного следа или, по-другому, для формализации объекта моделирования используется агрегатный способ [5], в котором каждая подсистема (источник, восходящий поток, радиационное облако, оседающие свободные радионуклиды, радиационный след) моделируется соответствующим агрегатом. В свою очередь, каждый такой агрегат состоит из совокупности агрегатов, моделирующих процессы, протекающие в воздушном пространстве.

Основным параметром, определяющим состояние агрегата, является концентрация радионуклидов в описываемом воздушном пространстве. Для её поиска используется метод прямого моделирования, основанный на методе статистических испытаний Монте-Карло.

Метод Монте-Карло прямого моделирования (Метод Бёрда) [6] – это модель течения газа на молекулярном уровне, основанная на молекулярно-кинетической теории.

Газовый поток можно описывать на макроскопическом и микроскопическом уровнях. Макроскопический подход рассматривает газ как континуум, основными параметрами которого являются скорость, плотность, давление и температура. Микроскопический, или молекулярный, подход отражает корпускулярную структуру газа: мириады дискретных молекул, каждая из которых имеет определенное положение, размер и скорость. Однако такое описание невозможно на практике, поэтому в качестве параметров микроскопической модели берут средние значения величин, такие как число молекул в единице объёма, масса, размер и скорость молекул.

Использование той или иной модели определяет число Кнудсена

$$\text{Kn} = \frac{\lambda}{L},$$

где  $\lambda$  – средняя длина свободного пробега (среднее расстояние, проходимое молекулами между столкновениями);

$L$  – характерный размер потока.

Принято считать, что при малом числе Кнудсена уравнения континуальной газовой динамики (Навье-Стокса, конвективной диффузии) хорошо описывают процесс, но при числе Кнудсена близким или большим единицы необходимо использовать только молекулярно-кинетические уравнения (Больцмана). Однако в связи со сложностью аналитического или численного решения дифференциальных уравнений с заданными граничными и начальными условиями, в последнее время появились модели, основанные на микроскопическом подходе для произвольных чисел Кнудсена. Наиболее эффективным оказались модели, основанные на статистических испытаниях, методе Монте-Карло [7].

Для описания распространения радиационного облака, была разработана математическая модель движения нагретого воздушного потока с примесью, основанная на методе Монте-Карло. Были приняты следующие допущения:

1. Воздушный нагретый поток (среда) принимался как простой (одного химического состава) разреженный газ. Молекула этого газа представляется как твердая упругая сфера диаметром  $d$ . Реальные молекулы воздуха имеют несколько атомов, причем каждый состоит из ядра, окруженного вращающимися электронами. Однако результат взаимодействия двух молекул можно вычислить, зная только межмолекулярное силовое поле. Поэтому "реальный" молекулярный размер заменялся на эффективный молекулярный диаметр  $d$ , для воздуха при  $0^\circ\text{C}$  он равен  $d = 3,7 \cdot 10^{-10}$  м. Среднее межмолекулярное расстояние воздуха при нормальных условиях ( $1 \text{ атм.} = 101325 \text{ Па}$  и  $0^\circ\text{C}$ ) равно  $\delta = 3,3 \cdot 10^{-9}$  м. Так как  $d \ll \delta$ , воздух можно считать разреженным газом.

2. В качестве примеси принимались молекулы радионуклидов. Примесь однородна, является пассивной, то есть не влияет на динамические свойства среды, молекулы примеси взаимодействуют только со средой (пренебрегается адгезией и соударением радионуклидов с аэрозолью и несгоревшими фрагментами древесины, образовавшимися при пожаре). За время моделирования частицы примеси не меняют своих свойств.

3. Взаимодействие между молекулами среды и примеси происходит по средствам столкновений соответствующих упругих сфер. При столкновении не происходит обмен между поступательной и внутренней энергиями, поэтому импульс и энергия при столкновении должны сохраняться. Вследствие разреженности газа столкновения всегда имеют парный характер. Вследствие взаимодействия примеси только со средой средняя скорость примеси равна средней скорости среды [8], то есть происходит полный захват примеси средой.

4. Взаимодействие примеси с границами физического пространства моделировалось с помощью: поглощающей границы и диффузно-упругой отражающей границы. При попадании молекулы примеси на поглощающую поверхность (поверхность земли), происходил полный захват частицы, и в дальнейшем моделировании движения газа частица не участвовала. При попадании молекулы примеси на диффузно-упругую отражающую границу (границы агрегата) с равной вероятностью частица может поглотиться, а может отразиться, при этом скорость частицы после отражения не зависит от её скорости "падения". Движение молекул представляется как Марковский процесс, то есть для каждого момента времени дальнейшая траектория движения, зависит только от параметров в настоящий момент и не зависит от того, каким образом молекула попала в данную точку.

Метод Монте-Карло прямого моделирования (Метод Бёрда) [5] является техникой моделирования на ЭВМ реального течения газа несколькими тысячами молекул. В памяти ЭВМ запоминаются координаты и скорость моделируемых молекул, изменение которых в течение времени обусловлено межмолекулярными столкновениями и взаимодействием с границами физического пространства. Координаты молекул среды выбираются произвольно, координаты молекул примеси выбираются согласно начальным условиям и виду источника. Скорость всех молекул задается через три компоненты, связанные корреляционно, каждая из которых определяется как реализация случайной величины, с равномерным законом распределения. Такой закон распределения выбран вследствие отсутствия информации о реальном законе распределения диффузно-турбулентной скорости молекул.

Моделируемый объём физического пространства разбивается на ячейки, с заданными линейными размерами  $\Delta \vec{r} = (\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ .  $\Delta \vec{r}$  должен быть таким, что бы изменение параметров течения в каждой соответствующей ячейке было малым. Изменение времени проводится дискретными шагами  $\Delta t_m$  малыми по сравнению со средним временем между столкновениями молекул.

Движение молекул и межмолекулярные столкновения на интервале  $\Delta t_m$  разделены и проводятся последовательно. На первом этапе моделирования все молекулы перемещаются на расстояние, определяемое их скоростями и шагом по времени  $\Delta t_m$ . Проводятся необходимые действия (поглощение, отражение), если молекулы пересекают границы физического пространства. Генерируются новые молекулы на границах, через которые существует поток молекул внутрь области (соседние агрегаты). На втором этапе моделирования проводятся столкновения между молекулами, соответствующие интервалу  $\Delta t_m$ . Столкновение может произойти, если молекулы находятся в одной ячейке. Так как изменения параметров течения в ячейках малы, это дает возможность не учитывать относительное расстояние между частицами при выборе пары молекул для столкновения. Число возможных столкновений и среднее время  $\Delta t_c$  между столкновениями в ячейке оцениваются согласно соотношением молекулярно-

кинетической теории, позволяющие найти среднее число столкновений при известном количестве молекул, средней их скорости, размере и длине свободного пробега. Скорости молекул до столкновения заменяются скоростями, приобретаемыми ими после столкновения. Траектория движения столкнувшихся молекул пересчитывается.

Концентрация примеси в рассматриваемом физическом пространстве находится как распределение молекул радионуклидов по ячейкам. Статистическая ошибка концентрации радионуклидов в результатах обратно пропорциональна корню квадратному числу моделирующих молекул и количеству ячеек [6], уменьшение ошибки можно достигнуть осреднением по ансамблю путём повторения независимых вычислений.

Но так как память ЭВМ определяет ограничения на число моделирующих молекул и ячеек, а мощность процессора – на число элементарных операций, для модели, которую можно реализовать на персональном компьютере, введены следующие упрощения:

1) Для объёмной ячейки, определяется концентрация радионуклидов, молекулы в отдельности не рассматриваются. Концентрация воздуха считается постоянной для всех ячеек агрегата.

2) Движение воздуха с "захваченными" радионуклидами в ячейке считается ламинарным потоком, с постоянной скоростью на каждом шаге моделирования. Скорость потока задается как векторная сумма трех "случайных" компонент, отражающих турбулентно-диффузную составляющую скорости, скорости ветра и скорости конвективного потока, вызванного градиентом температур.

3) Перенос концентрации радионуклидов из ячейки в ячейку моделируется по каждому направлению декартовой системы координат отдельно. При этом считается, что она пропорциональна модулю суммы скоростей потоков, проходящих через общую грань.

Введенные ограничения позволяют увеличить величину  $\Delta t_m$  и размер шага сетки  $\Delta r$ , но необходимо следить, что бы изменение параметров течения в каждой соответствующей ячейке было малым.

Исходя из принципа агрегативного описания, удобнее всего представить каждую ячейку, как отдельный агрегат. Процессы, протекающие в агрегате имеют природный характер, поэтому моделируются с помощью кусочно-линейного агрегата, функционирующего без управляющих сигналов. Каждый такой агрегат  $A_{ij}$  описывается кортежем [9]:

$$A_{ij} = \langle T, X_{ij}, B_{ij}, Y_{ij}, Z_{ij}, W_{ij}, H_{ij}, Q_{ij}, G_{ij} \rangle,$$

где  $i$  – номер шага имитации;

$j$  – номер агрегата;

$i-0$  – значение рассматриваемых величин до начала имитации на  $i$  шаге;

$i+0$  – значение рассматриваемых величин на момент начала имитации на  $i$  шаге;

$T = \{t_0, t_1, \dots, t_i, \dots, t_N\}$  – множество, рассматриваемых моментов времени;  $t_0$  – начало моделирование,  $t_1 = t_0 + \Delta t_m$ ,  $t_i = t_{i-1} + \Delta t_m$ ,  $t_N$  – конец моделирования;

$X_{ij}$  – множество входных сигналов. Так как агрегат "граничит" с шестью соседними агрегатами (имеется общая граница между описываемыми физическими пространствами), то в момент  $t_i$  поступает шесть входных сигналов  $X_k$  от соответствующих соседних агрегатов, каждый из которых передает две величины. Первая, концентрация радионуклидов  $C_k$ , которая поступит в агрегат в момент времени  $t_i$  ( $C_k$  равна концентрации поступающей в описываемое физическое пространство за промежуток времени  $t_i - \Delta t_m$ ). Вторая, скорость потока из соседнего агрегата через "общую границу" в промежуток времени  $t_i + \Delta t_m$ ;

$B_{ij}$  – множество параметров агрегата. Параметром является тип агрегата. Существует два типа агрегатов, моделирующих распространение радионуклидов: восходящий поток и облако. Для восходящего потока характерно конвективная составляющая скорости, обусловленная градиентом температур между источником (горящее дерево) и окружающей средой, действием сил тяжести пренебрегается. Для облака конвективной составляющей нет, но появляется скорость оседания радионуклидов;

$Y_{ij}$  – множество выходных сигналов. На каждом  $i$  шаге имитации формируется шесть выходных  $Y_k$ , которые поступят в момент  $t_{i+1}$  соответствующим соседним агрегатам. Каждый из которых передает две величины. Первая, концентрация радионуклидов  $C_k$ , которая поступит в соседний агрегат в момент времени  $t_{i+1}$ . Вторая, скорость потока из агрегата через "общую границу" в промежуток времени  $t_{i+1} + \Delta t_m$ ;

$Z_{ij}$  – множество состояний. Состояние агрегата характеризуется двумя величинами. Первая, концентрация радионуклидов  $C_i$ , находящаяся в агрегате. Вторая, скорость потока в агрегате, разложенная по трем компонентам  $\rightarrow v_i = (v_x, v_y, v_z)$ ;

$W_{ij}$  – множество особых состояний, при которых происходит выдача "особого" выходного сигнала (множество  $W_{ij}$  принадлежит множеству  $Z_{ij}$ ). В данной статье это множество рассматриваться не будет;

$H_{ij}$  – оператор, моделирующий переход из состояния в состояние. В момент  $t_i$  в агрегат поступает шесть входных сигналов  $X_k$ , агрегат находится

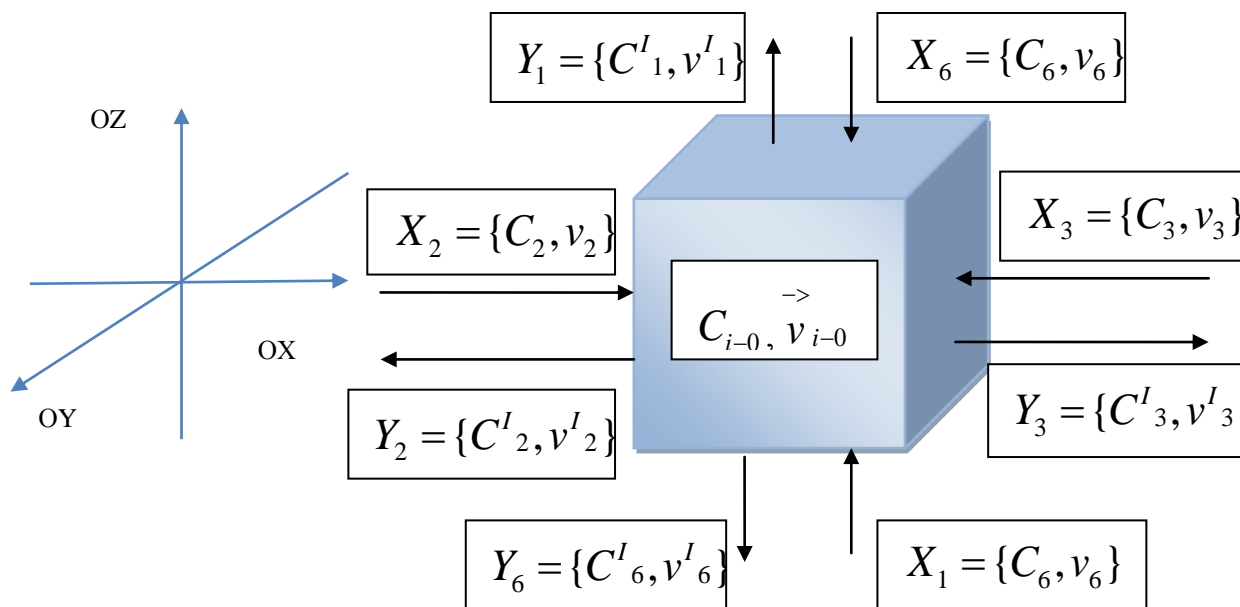
→

в это время в состоянии  $Z_{i-0} = \{C_{i-0}, v_{i-0}\}$ . Под действием оператора  $H_{ij}$  агрегат переходит в новое состояние:  $Z_{i+0} = H_{ij}(Z_{i-0}, X_k)$ ;

$Q_{ij}$  – оператор, проверяющий не находится ли агрегат в особом состоянии. В данной статье этот оператор рассматриваться не будет;

$G_{ij}$  – оператор, моделирующий выходной сигнал. Оператор, под действием которого генерируются шесть выходных сигналов:  $Y_k = G_{ij}(Z_{i-0}, Z_{i+0}, X_k)$ .

Рассмотрим более подробно работу операторов  $H_{ij}$  и  $G_{ij}$  на  $i$  шаге имитации. Пусть в момент  $t_i$  в агрегат, находящийся в состоянии  $Z_{i-0}$ , поступает шесть входных сигналов. Как схематично представлено на рис. 1.



**Рис. 1.** Схема поступления входных сигналов  $X_k$  в агрегат в момент времени  $t_i$  и выдача выходных сигналов  $Y_k$  в момент времени  $t_{i+0}$

Агрегат описывается в декартовой системе координат OXYZ, направление оси OX совпадает с направлением ветра, ось OZ направлена перпендикулярно поверхности земли, центр декартовой системы координат совпадает с геометрическим центром источника (очагом пожара). Входные и выходные сигналы, направленные по оси OY не указывались.

Под действием оператора  $H_{ij}$  агрегат переходит в новое состояние. Находится новое значение концентрации радионуклидов, равное сумме концентрации, находящейся в агрегате до момента  $t_i$  и концентраций переданных из соседних агрегатов:

$$C_{i+0} = C_{i-0} + C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5 + C_6.$$

Находится новая скорость потока воздуха в агрегате, соответствующая скорости на промежутке времени  $t_{i+1} + \Delta t_m$ , то есть той скорости потока, которая будет на следующем шаге моделирования. Для этого:

1) Находим три компоненты скорости  $v_{i+0} \xrightarrow{\rightarrow \partial m} = (v_{xi+0}^{\partial m}, v_{yi+0}^{\partial m}, v_{zi+0}^{\partial m})$ , соответствующей турбулентно-диффузионному движению, как реализации случайной величины с равномерным законом распределения на отрезке  $[-1; +1]$ , умноженные на коэффициент  $\mu$ , зависящий от метеорологических условий, устойчивости атмосферы, времени года. Отрицательные значения, соответствуют противоположному направлению скорости относительно соответствующей оси декартовой системы координат.

2) Обозначим за  $v_x^e$  - скорость ветра, за  $v_z^k$  - скорость конвективного потока, за  $v_z^o$  - скорость оседания радионуклидов. Получим новые значения скорости для агрегата, типа восходящий поток:

$$v_{xi+0} = v_x^e + v_{xi+0}^{\partial m};$$

$$v_{yi+0} = v_{yi+0}^{\partial m};$$

$$v_{zi+0} = v_z^k + v_{zi+0}^{\partial m}.$$

Получим новые значения скорости для агрегата, типа облако:

$$v_{xi+0} = v_x^e + v_{xi+0}^{\partial m};$$

$$v_{yi+0} = v_{yi+0}^{\partial m};$$

$$v_{zi+0} = v_z^o + v_{zi+0}^{\partial m}.$$

Оператор  $H_{ij}$  передает управление оператору  $G_{ij}$ , моделирующему выходной сигнал. Далее идет формирование шести выходных сигналов. Выходной сигнал  $Y_k$  создается следующим образом:

1) Для шести соседних агрегатов, находится разность скоростей потоков  $\Delta v_k = v_{i-0} - v_k$  через "общую" границу. При этом, если через границу из агрегата  $A_{ij}$  потока нет, то разность скоростей берется равная нулю, если разность скоростей получилась отрицательной, то она тоже берется равное нулю.

2) Обозначим за  $\Delta r$  линейный размер агрегата. Получим концентрацию, которая останется в агрегате на момент времени  $t_{i+1-0}$ :

$$C_i = C_{i+0} \cdot \sum_{k=1}^6 \frac{(\Delta r - t_m \cdot \Delta v_k)}{(\Delta r)^6}.$$

3) Формируем выходной сигнал  $Y_k$ . Если разность скоростей  $\Delta v_k = 0$ , то  $C_k^I = 0$ . Если  $\Delta v_k \neq 0$ , то

$$C_k^I = (C_{i+0} - C_i) \cdot \frac{|\Delta v_k|}{\sum_{n=1}^6 |\Delta v_n|}.$$

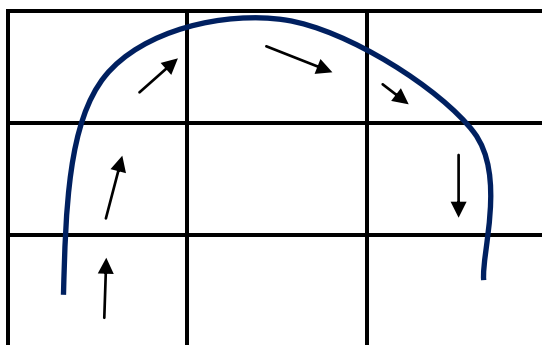


Если соответствующая компонента скорости  $v_{i+0}^{\rightarrow}$  направлена от агрегата  $A_{ij}$  к соответствующему соседнему агрегату, то за  $v_k^l$  берется её величина, если в противоположную сторону, то  $v_k^l$  берется равное нулю.

Необходимо обратить внимание, что для определения концентрации для шести выходных сигналов, использовались скорости, полученные с входными данными на момент  $t_i$  и скорость потока в агрегате  $A_{ij}$  на момент времени  $t_{i-0}$ . Для передачи же с выходным сигналом  $v_k^l$  определялись уже исходя из "новой" скорости потока в агрегате  $v_{i+0}^{\rightarrow}$ .

После того, как сформированы и отправлены все шесть выходных сигнала, оператор  $G_{ij}$  заканчивает работу и передает управление оператору  $H_{ij}$ , который в свою очередь меняет текущее состояние  $C_{i+0} = C_i$  и тоже, заканчивает работу.

Описанный выше способ моделирования процесса формирования и распространения радиационного облака, позволяет непосредственно моделировать турбулентность. Поток в каждом агрегате представляется как ламинарный. Но при векторном суммировании ламинарных потоков получаются турбулентные вихри, различных масштабов. Как схематично представлено на рис. 2.



**Рис. 2.** Схема векторного суммирования ламинарных потоков в каждом агрегате, дающая в результате турбулентный вихрь

Непосредственное моделирование движение частиц для расчёта концентрации примеси статистическим путём имеет ряд преимуществ, по сравнению с методами, основанном на использование уравнений движений потоков( уравнение турбулентной-диффузии, Новье-Стокса):

1. При расчёте траекторий нет необходимости знать коэффициенты турбулентной диффузии, поиск которых до сих пор остается нерешенной задачей.

2. Использование метода Монте-Карло позволяет получить распределение концентрации примеси в трехмерном пространстве. Аналитическое или численное решение уравнений движения получены только в двухмерном пространстве, и только при определенных, достаточно простых граничных условиях.

### Литература

1. *Techniques and decision making in the assessment of off-site consequences of an accident in a nuclear facility* // Safety series. № 86, International Atomic Energy Agency. Vienne, 1987. 185 p.

2. **Береснева Е.В., Добров А.В., Шишкина С.И.** Системный анализ процесса формирования радиационного облака // Научные и образовательные проблемы гражданской защиты. 2012. № 3. С. 81-83.

3. **Береснева Е.В., Шишкина С.И.** Выбор и обоснование математической модели турбулентности в восходящем потоке над горящим деревом // Технологии техносферной безопасности. №1 (47). 2013. 9 с.

4. **Береснева Е.В.** Агрегативная модель формирования и оседания радиационного облака, образовавшегося при пожаре лесного массива, загрязненного радионуклидами // Научные и образовательные проблемы гражданской защиты. № 2 (21). 2014. С. 67-70.

5. **Бусленко В.Н.** Автоматизация имитационного моделирования сложных систем. М.: Наука, 1977. 240 с.

6. **Бёрд Г.** Молекулярная газовая динамика. М.: Мир, 1981. 313 с.

7. **Ермаков С.М.** Метод Монте-Карло в вычислительной математике. М.: Наука, 2009. 192 с.

8. **Галкин Л.М.** Решение диффузионных задач методом Монте-Карло. М.: Наука, 1975. 95 с.

9. **Бусленко В.Н.** Автоматизация имитационного моделирования сложных систем. М.: Наука, 1977. 240 с.