УДК 614.84

***А.С. Рогозин*[1], *Р.Т. Левченко*[1]**
([1]Национальный университет гражданской защиты Украины; e-mail: darbar@ukr.net)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВРЕМЕНИ ЛИКВИДАЦИИ МАСШТАБНЫХ ЧРЕЗВЫЧАЙНЫХ СИТУАЦИЙ

Разработана математическая модель оценки времени ликвидации масштабных чрезвычайных ситуаций с привлечением сил из соседних регионов.

Ключевые слова: математическое моделирование, время ликвидации, чрезвычайная ситуация.

A.S. Rogozin, R.T. Levchenko

MODELING TIME OF LIQUIDATION OF SCALE EMERGENCIES

A mathematical model constructed for estimating the time of liquidation scale emergencies with engagement of forces from neighboring regions.

Key words: mathematical modeling, the time of liquidation, emergency.

Статья поступила в редакцию Интернет-журнала 9 марта 2015 г.

Одним из ключевых вопросов при ликвидации ***чрезвычайных ситуаций*** (***ЧС***) является планирование мероприятий по минимизации последствий деструктивных событий. Динамические характеристики процесса ликвидации ЧС имеют чёткую связь с количеством привлекаемых для этого сил.

При ликвидации масштабных ЧС часто возникает необходимость формирования группировки сил, в состав которой необходимо включать силы из других регионов страны. Существенные различия между регионами в интенсивности и масштабности ЧС природного и техногенного характера, разное географическое положение регионов, обусловливают необходимость разработки математических моделей для оценки времени ликвидации ЧС в условиях привлечения сил с территории соседних регионов.

Общая модель для оценки времени ликвидации ЧС построена на основе следующих допущений.

Информация о месте возникновения чрезвычайной ситуации имеет детерминированный характер:

λ – математическое ожидание возникновения чрезвычайных ситуаций на территории региона;

μ – математическое ожидание времени ликвидации ЧС на территории региона;

$M[m_{чсi}]$ – математическое ожидание количества ***аварийно-спасательных сил*** (***АСС***), привлекаемых к ликвидации ЧС на территории i-го региона.

Пространственное расположение регионов учитывается введением прямоугольной системы координат.

В процессе ликвидации ЧС привлекаются АСС регионов, входящих в район реагирования, границы которого определяются в результате экспертной оценки либо на основе закона распределения времени ликвидации ЧС на территории региона.

АСС сконцентрированы в некой точке с координатами (x_i, y_i).

Оценка объёма работ (Q) для ликвидации ЧС осуществляется на основе распределения масштабности ЧС.

Связь между масштабностью ЧС и АСС установим следующим образом:

$$Q = \sum_{i=1}^{n} (t - \Delta t_i) c_i m_i \,, \tag{1}$$

где t – время ликвидации ЧС;

c_i – коэффициент, учитывающий интенсивность ликвидации ЧС силами i-го региона;

m_i – количество АСС, привлекаемое для ликвидации ЧС с территории i-го региона;

$\Delta t_i = \dfrac{\sqrt{(x_i - x_{0j})^2 + (y_i - y_{0j})^2}}{k \cdot \nu_i}$ – время следования АСС i-го региона к месту ликвидации ЧС с координатами x_{0j}; y_{0j} (для региона, где возникла ЧС, $\Delta t = 0$);

k – коэффициент нелинейности пути;

v_i – средняя скорость движения АСС i-го региона.

Вероятность того, что АСС i-го региона будут привлечены для ликвидации ЧС, оценим следующим образом:

$$\mu_j e^{-\mu_j \frac{\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}}{k v_{cp}}} \,. \tag{2}$$

Количество АСС, которое возможно привлечь для ликвидации ЧС с территории i-го региона оценим из следующего выражения:

$$m_i = W_i - (m_{чci} + m_{дci} + \frac{M[m_{чci}]}{t_{чc} + 2\Delta t_i} \int_{\Delta t_{onji}}^{t_{чc} + 2\Delta t_i + \Delta t_{onij}} P_{j+1}(t) \mathrm{d}t) \,, \tag{3}$$

где W_i – общее количество АСС i-го региона;

$m_{чci}$ – АСС, занятые в ликвидации ЧС в i-м регионе;

$m_{дci}$ – АСС, занятые в процессе оперативного реагирования на возникновение чрезвычайных ситуаций на территории i-го региона;

$t_{чc}$ – время ликвидации ЧС;

Δt_{onji} – время с момента последнего перехода АСС i-го региона в одно из состояний ликвидации ЧС на территории;

$P_{j+1}(t)$ – изменение вероятности перехода АСС в состояние ликвидации $j + 1$ чрезвычайных ситуаций.

Учитывая (1)-(3), модель для оценки времени ликвидации ЧС запишем следующим образом:

$$t = Q/(m_{ЧС} + \sum_{i=1}^{n} \Delta t_i \cdot \mu_j e^{-\mu_j \Delta t_i} c_i (W_i - (m_{чсi} + m_{дсi} + \frac{M[m_{чсi}]}{t_{чс} + 2\Delta t_i} \int_{\Delta t_{опji}}^{t_{чс}+2\Delta t_i+\Delta t_{опij}} P_{j+1}(t)\mathrm{d}t)) , \quad (4)$$

где $m_{чс}$ – АСС региона, где возникла ЧС, задействованные в её ликвидации.

Возникновение ЧС на территории региона можно рассматривать как дискретный случайный процесс, с постоянной интенсивностью возникновения ЧС. Учитывая, что случайная величина "количество ЧС на интервале времени" может быть описана законом Пуассона [1-2], а время ликвидации показательным законом, процесс возникновения ЧС на территории региона можно рассматривать как Марковскую цепь. Случайный процесс возникновения ЧС в этом случае характеризуется последовательностью состояний:

$$s_0, s_1, s_2, \ldots, s_n \quad , \quad (5)$$

где s_0 – состояние, когда на территории региона АСС не участвуют в ликвидации ЧС;

s_1, s_2, ..., s_n – состояние, когда на территории региона АСС задействованы в процессе ликвидации одной, двух до n ЧС соответственно.

В силу постоянства интенсивности переходов системы из состояния в состояние, процесс является однородным [3].

Теоретически количество ЧС, ликвидируемых одновременно, может быть бесконечным, однако наблюдения позволяют считать, что частота одновременной ликвидации нескольких ЧС на ограниченной территории резко снижается с увеличением количества одновременно ликвидируемых ЧС, что позволяет приближённо рассматривать процесс из конечного числа состояний. Для случая, когда система имеет конечное количество состояний s_i, определение вероятности $p_i(t)$ нахождения системы в i-м состоянии осуществляется на основе составления уравнений Колмогорова:

$$\frac{\mathrm{d}p_i(t)}{\mathrm{d}t} = \sum_{i=1}^{n} \mu_{ij} p_j(t) - p_i(t) \sum_{i=1}^{n} \lambda_{ij} . \quad (6)$$

Учитывая нормирующее условие $p_1 + p_2 + \ldots + p_n = 1$ для процесса, схема которого представлена на рис.1, систему уравнений (6) запишем следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}p_0(t)}{\mathrm{d}t} = \mu_1 p_1(t) - \lambda_0 p_0(t); \\ \frac{\mathrm{d}p_1(t)}{\mathrm{d}t} = 2\mu_2 p_2(t) - \lambda_1 p_1(t); \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \frac{\mathrm{d}p_{n-1}(t)}{\mathrm{d}t} = n\mu_n \left(1 - \sum_{i=1}^{n-1} p_i(t)\right) - \lambda_{n-1} p_{n-1}(t). \end{cases} \quad (7)$$

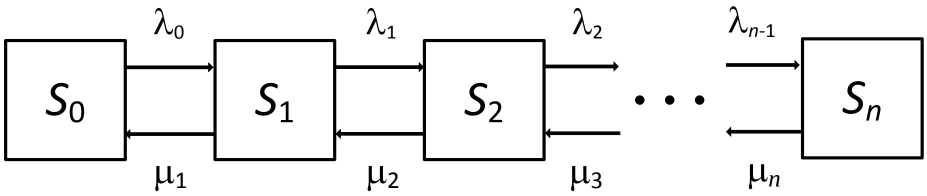

Рис. 1. Схема состояний процесса возникновения
и ликвидации чрезвычайных ситуаций на территории региона

При $t \to \infty$ решение системы (7) имеет следующий вид:

$$p_n = \frac{\lambda^n}{\mu^n n!} p_0, \tag{8}$$

где $$p_0 = \left[1 + \sum_{k=1}^{n} \frac{\lambda^k}{\mu^k k!} \right]^{-1}.$$

Оценка вероятностей по (8) позволяет определить количество состояний, которым без существенной погрешности можно ограничиться. Приведём решение (7) для системы, которая может принимать три состояния:

$$\begin{aligned} p_0(t) = {} & \frac{2\mu^2}{2\mu^2 + 2\lambda\mu + \lambda^2} + \frac{1}{2\mu^2 + 2\lambda\mu + \lambda^2} (\sin(\mu t)(2b\mu^2 + \\ & + 2b\lambda\mu + b\lambda^2 - 2\lambda\mu + 2a\lambda\mu + a\lambda^2 - 2\mu^2 + 2a\mu^2) e^{-(\mu+\lambda)t} + \\ & + \frac{\cos(\mu t)(2a\mu^2 + 2a\lambda\mu + a\lambda^2 - 2\mu^2)}{2\mu^2 + 2\lambda\mu + \lambda^2} e^{-(\mu+\lambda)t}; \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned} p_1(t) = {} & \frac{1}{\mu} \Big(\frac{1}{2\mu^2 + 2\lambda\mu + \lambda^2} (-(\mu+\lambda)\sin(\mu t)(2b\mu^2 + \\ & + 2b\lambda\mu + b\lambda^2 - 2\lambda\mu + 2a\lambda\mu + a\lambda^2 - 2\mu^2 + 2a\mu^2) e^{-(\mu+\lambda)t}) + \\ & + \frac{1}{2\mu^2 + 2\lambda\mu + \lambda^2} (\cos(\mu t)\mu(2b\mu^2 + 2b\lambda\mu + b\lambda^2 - 2\lambda\mu + \\ & + 2a\lambda\mu + a\lambda^2 - 2\mu^2 + 2a\mu^2) e^{-(\mu+\lambda)t}) + \frac{1}{2\mu^2 + 2\lambda\mu + \lambda^2} \cdot \\ & \cdot ((-(\mu+)\cos(\mu t)(2a\mu^2 + 2a\lambda\mu + a\lambda^2 - 2\mu^2) e^{-(\mu+\lambda)t}) - \\ & - \frac{1}{2\mu^2 + 2\lambda\mu + \lambda^2} (\sin(\mu t)\mu(2a\mu^2 + 2a\lambda\mu + a\lambda^2 - 2\mu^2) e^{-(\mu+\lambda)t} + \\ & + \lambda \Big(\frac{1}{2\mu^2 + 2\lambda\mu + \lambda^2} (\sin(\mu t)(2b\mu^2 + 2b\lambda\mu + b\lambda^2 - \\ & - 2\lambda\mu + +2a\lambda\mu + a\lambda^2 - 2\mu^2 + 2a\mu^2) e^{-(\mu+\lambda)t}) + \frac{1}{2\mu^2 + 2\lambda\mu + \lambda^2} \cdot \\ & \cdot (\cos(\mu t)(2a\mu^2 + 2a\lambda\mu + a\lambda^2 - 2\mu^2) e^{-(\mu+\lambda)t} + \frac{2\mu^2}{2\mu^2 + 2\lambda\mu + \lambda^2} \Big) \Big); \end{aligned} \tag{10}$$

$$p_2(t) = 1 - p0(t) - p_1(t) = \frac{1}{2\mu^2 + 2\lambda\mu + \lambda^2}((((2 - 2a - 2b)\mu^2 - 2\lambda(a + b - 1)\mu - \lambda^2(a + b))\cos(\mu t) + 2((a - 1) - \mu^2 + a\lambda\mu + + 0{,}5a\lambda^2)\sin(\mu t))e^{-(\mu+\lambda)t} + \lambda^2) \quad (11)$$

где a, b – начальные условия $p_0(0)$, $p_1(0)$, соответственно.

Из уравнений (9)-(11) следует, что постоянная времени переходного процесса равна $\tau = 1/(\lambda + \mu)$. На рис. 2-4 представлены результаты расчёта переходного процесса установления вероятностей состояний процесса возникновения и ликвидации ЧС для Харьковской области с параметрами $\lambda = 0{,}04047$, $\mu = 0{,}08117$, при начальных условиях $p_0(0) = 1$, $p_1(0) = 0$, $p_2(0) = 0$. Постоянная времени переходного процесса составляет 197 часов.

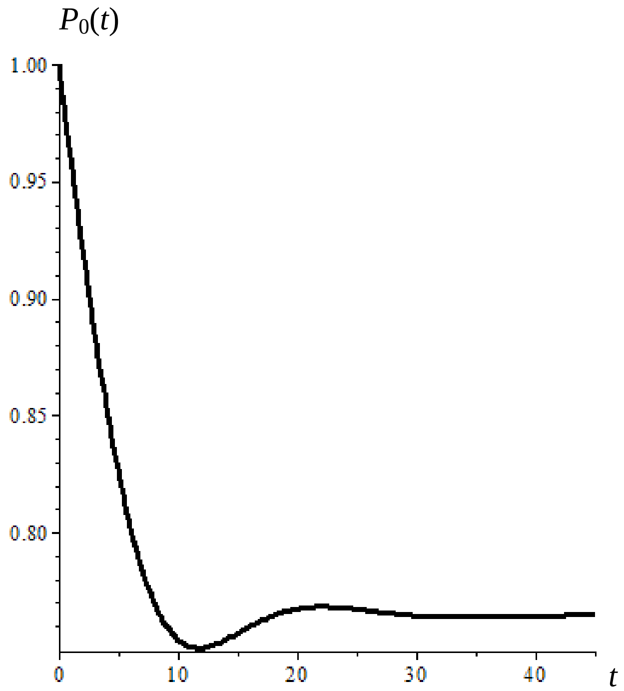

Рис. 2. Изменение вероятности состояния системы, при котором отсутствует ЧС

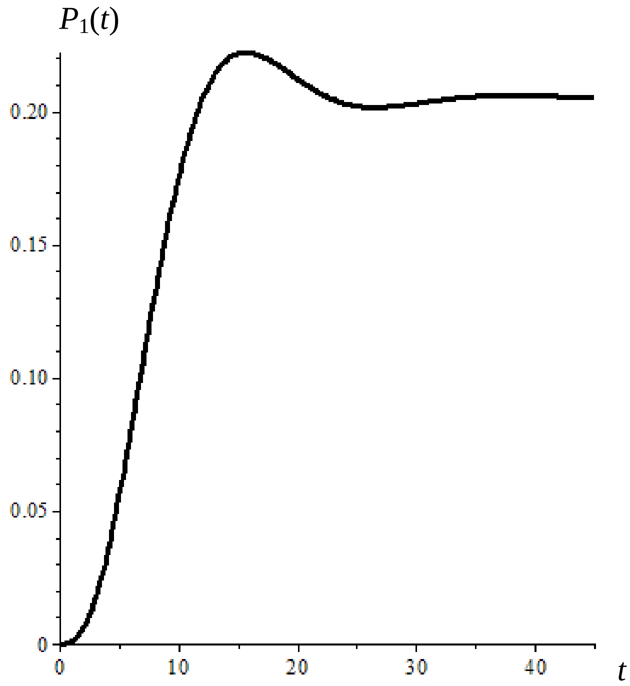

Рис. 3. Изменение вероятности состояния системы, когда АСС участвуют в ликвидации одной ЧС

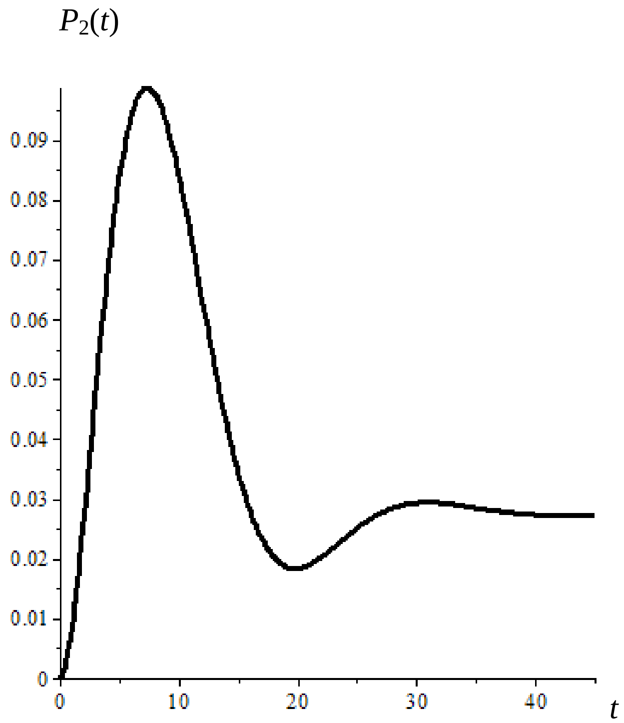

Рис. 4. Изменение вероятности состояния системы, когда АСС участвуют в ликвидации двух ЧС

Предложенная модель позволяет осуществлять оценку времени ликвидации ЧС с учётом стохастического характера процесса возникновения и ликвидации ЧС, а также может быть реализована в системах поддержки принятия решений в рамках повышения эффективности управления процессом ликвидации ЧС. Данный подход также может быть использован для оптимизации размещения сил по регионам, принимая в качестве переменных количество АСС на территории.

Литература

1. ***Рогозин А.С., Хоменко В.С., Райз Ю.М.*** Формализация реализации угроз природного и техногенного характера в регионах с высоким уровнем техногенной нагрузки // Проблемы чрезвычайных ситуаций. Харьков: НУГЗУ. 2013. Вып. 17. С. 138-145.

2. ***Рогозин А.С.*** Анализ реализации угроз природного та техногенного характера на территории Донецкой области //Сборник научных трудов ХУВС. Вып. 2(35). 2013. С. 206-208.

3. ***Вентцель Е.С.*** Теория вероятностей. М.: Наука, 1962. 564 с.