

О.А. Косоруков¹, В.И. Старцев², О.В. Свиридова³

¹Академия ГПС МЧС России²Научно-техническое управление МЧС России,

³Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова;

e-mail: kosorukova@mail.ru)

МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ВЕРОЯТНОСТИ ОБНАРУЖЕНИЯ ЛЕСНЫХ ПОЖАРОВ

Предлагаются соотношения для расчётов вероятности обнаружения лесных пожаров несколькими разнородными средствами мониторинга.

Ключевые слова: лесные пожары, мониторинг, эффективность, вероятность обнаружения.

O.A. Kosorukov, V.I. Startsev, O.V. Sviridova

METHODS OF THE ASSESSMENT OF THE PROBABILITY OF FOREST FIRES DETECTION

Equations of calculating the probability of forest fires detection by several monitoring tools is offered.

Key words: forest fires, monitoring, efficiency, detection probability.

Статья поступила в редакцию Интернет-журнала 30 июля 2016 г.

Широкое применение различных технических средств наблюдения и обнаружения лесных пожаров [9, 10] делает необходимым внедрение количественных методов оценки их эффективности [4, 5]. Количественная характеристика эффективности средств обнаружения связана с оценкой вероятности обнаружения лесного пожара за некоторое время. Будем рассматривать поиск, как случайный процесс марковского типа [1], в котором будущее состояние системы определяется её настоящим состоянием и не зависит от её состояния в прошлом.

При рассмотрении марковских случайных процессов с непрерывным временем и дискретными состояниями вводится понятие "поток событий" – последовательность однородных событий, следующих одно за другим в случайные моменты времени [2]. Применительно к процессу поиска, поток событий – это последовательность обнаружений объекта поиска наблюдателями. В теории поиска такой поток называют *потоком обнаружений*.

Поток обнаружений обладает следующими свойствами:

- отсутствием последствия: число обнаружений, попадающих на данный отрезок времени, не зависит от того, сколько обнаружений приходится на другие, не пересекающиеся с ним отрезки;

- ординарностью: вероятность попадания двух обнаружений на элементарный отрезок времени пренебрежимо мала, по сравнению с вероятностью попадания одного обнаружения. Это свойство означает, что обнаружения объекта происходят по одному, а не парами, тройками и т. д.

Поток событий, обладающий свойствами отсутствия последствия и ординарности, но не являющийся стационарным (вероятность попадания того или иного обнаружения на отрезок времени t зависит от его величины и не зависит от места расположения отрезка на временной оси), называется *нестационарным пуассоновским потоком*.

Метод расчёта вероятности обнаружения лесного пожара одним средством мониторинга по интенсивности поиска

Выведем формулу распределения Пуассона применительно к поиску. Будем определять, исходя из рассмотренных выше свойств пуассоновского поиска, вероятности P_m получения ровно заданного числа обнаружений m за время поиска t_{Π} .

Введем понятие интенсивности потока обнаружений. Интенсивность потока обнаружений γ – это среднее число обнаружений в единицу времени. Для нестационарного пуассоновского потока интенсивность поиска – величина переменная, зависящая от времени (1):

$$\gamma = \gamma(t). \quad (1)$$

Разобьем время поиска на n равных элементарных участков $\Delta t = t_{\Pi}/n$. Математическое ожидание числа обнаружений, приходящихся на отрезок времени Δt , равно $\gamma\Delta t$. В соответствии со свойством ординарности потока, вероятностью двух или более обнаружений для малого участка времени можно пренебречь. Поэтому вероятность только одного обнаружения за время Δt можно считать приближенно равной $\gamma\Delta t$ (с точностью до бесконечно малой величины высшего порядка $\Delta t \rightarrow 0$).

Следовательно, можно считать, что вероятность хотя бы одного обнаружения за время Δt приближенно равна $P = \gamma t_{\Pi}/n$, а вероятность противоположного события (ни одного обнаружения) за время Δt приближенно равна $q = 1 - (\gamma t_{\Pi})/n$.

Поскольку, в соответствии с условием отсутствия последствия, число обнаружений на непересекающихся отрезках времени независимо, то обнаружение на n независимых опытах оценивается с использованием теоремы о повторении опытов [3]. В соответствии с указанной теоремой, вероятность P_{mn} того, что среди n участков времени обнаружение будет на m участках, равна соответствующему члену биномиального распределения (2):

$$P_{mn} = C_n^m P^m q^{n-m} = C_n^m \left(\frac{\gamma t_{\Pi}}{n}\right)^m \left(1 - \frac{\gamma t_{\Pi}}{n}\right)^{n-m}, \quad (2)$$

где C_n^m – число сочетаний из n элементов по m .

Поскольку, в силу свойства ординарности потока, вероятность двух обнаружений на элементарном отрезке t пренебрежимо мала, то при $n \rightarrow \infty$ вероятность P_{mn} становится приближенно равной искомой вероятности P_m получения ровно заданного числа обнаружений m за время поиска t_{Π} , причём

$$P_m = \lim_{n \rightarrow \infty} C_n^m \left(\frac{\gamma t_{\Pi}}{n}\right)^m \left(1 - \frac{\gamma t_{\Pi}}{n}\right)^{n-m}. \quad (3)$$

Выражение, стоящее под знаком предела в формуле (3), можно преобразовать следующим образом (4):

$$C_n^m \left(\frac{\gamma t_{\Pi}}{n}\right)^m \left(1 - \frac{\gamma t_{\Pi}}{n}\right)^{n-m} = \frac{n(n-1) \dots (n-m+1)(\gamma t_{\Pi})^m \left(1 - \frac{\gamma t_{\Pi}}{n}\right)^n}{m! n^m \left(1 - \frac{\gamma t_{\Pi}}{n}\right)^m} =$$

$$= \frac{n(n-1) \dots (n-m+1)(\gamma t_{\Pi})^m}{n^m m!} \cdot \frac{\left[\left(1 - \frac{\gamma t_{\Pi}}{n}\right) \frac{n}{\gamma t_{\Pi}}\right]^{\gamma t_{\Pi}}}{\left(1 - \frac{\gamma t_{\Pi}}{n}\right)^m}. \quad (4)$$

При $n \rightarrow \infty$ первая дробь и знаменатель последней дроби стремятся к единице, а числитель последней дроби – к $e^{-\gamma t_{\Pi}}$ (замечательный предел). Таким образом, искомая вероятность P_m получения ровно заданного числа обнаружений m за время поиска t_{Π} выражается формулой (5):

$$P_m = (\gamma t_{\Pi})^m \frac{e^{-\gamma t_{\Pi}}}{m!}, \quad (5)$$

где $\gamma t_{\Pi} \rightarrow$ среднее число обнаружений за время поиска t_{Π} .

В теории поиска эту величину называют **поисковым потенциалом обнаружения** и обозначают U (6).

$$P_m = (U)^m \frac{e^{-U}}{m!}. \quad (6)$$

В случаях, когда интенсивность потока обнаружений с течением времени меняется (7) (нестационарный пуассоновский поток), эта величина

$$U = U(t_{\Pi}) = \int_{t_0}^{t_0+t_{\Pi}} \gamma(\tau) d\tau, \quad (7)$$

где t_0 – начало отсчета времени поиска.

Поскольку во многих случаях для решения поставленной задачи поиска вполне достаточно одного обнаружения объекта, важно уметь рассчитывать вероятность хотя бы одного (не менее чем одного) обнаружения в течение времени поиска $P_{m \geq 1}$. Эту вероятность можно получить из очевидного соотношения $P_{m \geq 1} = 1 - P_{m=0}$. Величину $P_{m=0}$ (8) находим из формулы (6) для $m = 0$:

$$P_{m=0} = \left(\frac{U^0}{0!}\right) e^{-U} = e^{-U}. \quad (8)$$

Следовательно, $P_{m \geq 1} = 1 - e^{-U}$.

Полученную вероятность хотя бы одного обнаружения объекта $P_{m \geq 1}$ в теории поиска часто называют просто "вероятностью обнаружения" и обозначают $P_{об}$ (9), которая для нестационарного пуассоновского потока равна

$$P_{об} = P_{об}(t) = 1 - e^{-U(t)} = 1 - \exp\left[-\int_{t_0}^{t_0+t} \gamma(\tau) d\tau\right]. \quad (9)$$

Так как нас интересует вероятность обнаружения за некоторое время, прошедшее от начала пожара, то формула (9) примет вид:

$$P_{об} = P_{об}(t) = 1 - e^{-U(t)} = 1 - \exp\left[-\int_{t_0}^t \gamma(\tau) d\tau\right], \quad (10)$$

где t – время, прошедшее с начала пожара;

t_0 – момент начала работы средства мониторинга.

Метод оценки интенсивности обнаружения как функциональной зависимости от времени и расстояния

Рассмотрим подробнее интенсивность поиска для нестационарного пуассоновского потока для некоторого средства наблюдения за лесным пожаром. Интенсивность поиска зависит от совокупности всех физических условий. Например, при визуальном поиске она зависит от расстояния цели до наблюдателя, метеорологических условий, размеров и яркости цели, по сравнению с окружающим фоном, способностей наблюдателя, высоты наблюдения и т.д. Также важным фактором является изменение параметров лесного пожара с течением времени (пожар разгорается).

Поэтому будем рассматривать интенсивность поиска как функцию (11) от нескольких переменных:

$$\gamma = \gamma(t, r, \dots), \quad (1)$$

где r – расстояние от средства наблюдения до места лесного пожара;

t – время от начала возникновения пожара.

Будем рассматривать влияние расстояния до пожара и времени с начала возникновения пожара. Интенсивность поиска пропорциональна телесному углу Ω , который "стягивает" зону лесного пожара из точки наблюдения. Всю зону лесного пожара S можно разбить на элементарные прямоугольники площадью ab .

Найдём данный телесный угол, стягивающий такой прямоугольник. На рис. 1 изображена схема расположения средства наблюдения и лесного пожара.

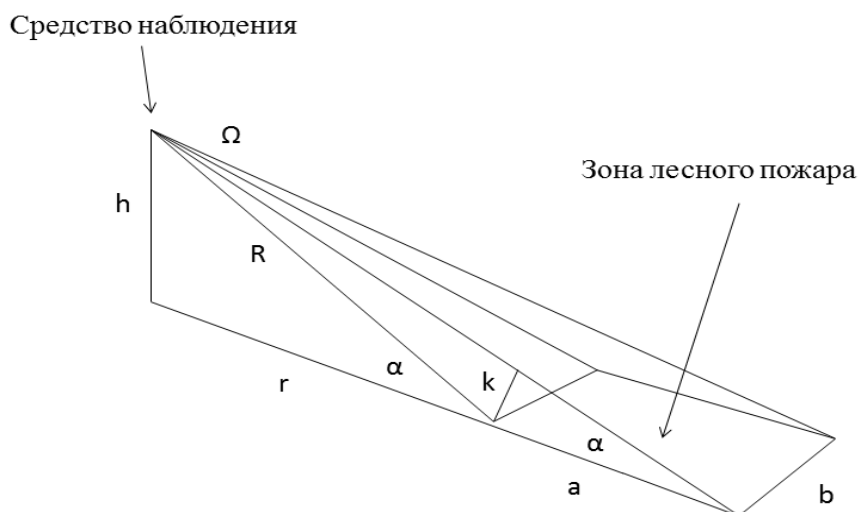


Рис. 1. Схема расположения средства наблюдения и лесного пожара

Из подобия треугольников получаем $\alpha = \frac{h}{R} = \frac{k}{a}$. Откуда $k = \frac{ha}{R}$. Обозначим $\Omega_1 = \frac{k}{R} = \frac{ha}{R^2}$ и $\Omega_2 = \frac{b}{R}$.

Тогда искомый телесный угол будет равен $\Omega = \Omega_1 \Omega_2 = \frac{ha}{R^2} \cdot \frac{b}{R} = \frac{hab}{R^3}$. Так как $h \ll r$, то $r \approx R$. Получаем: $\Omega = \frac{hab}{r^3}$. Просуммировав телесные углы всех прямоугольников, на которые была разбита зона лесного пожара, получим, что телесный угол, стягивающий всю зону лесного пожара, равен $\Omega_s = \frac{hS}{r^3}$, где S – площадь лесного пожара.

Будем считать, что пожар распространяется по окружности, радиус которой увеличивается с постоянной скоростью v_r . Тогда зависимость скорости пожара от времени можно представить в виде $S = \pi(v_r t)^2$ и интенсивность поиска равна

$$\gamma(t, r) = K\Omega_s = \frac{KhS}{r^3} = \frac{Kh\pi(v_r t)^2}{r^3}, \quad (12)$$

где K – коэффициент пропорциональности.

Подставим полученную интенсивность поиска в (10), r будем считать заданным параметром, получим

$$P_{об} = P_{об}(t) = 1 - e^{-U(t)} = 1 - \exp\left[-\int_{t_0}^t \frac{Kh\pi(v_r \tau)^2}{r^3} d\tau\right]. \quad (13)$$

Будем считать, что момент начала наблюдения совпадает с моментом начала возгорания, то есть $t_0 = 0$.

$$\begin{aligned} P_{об} = P_{об}(t) &= 1 - e^{-U(t)} = 1 - \exp\left[-\int_0^t \frac{Kh\pi(v_r \tau)^2}{r^3} d\tau\right] = \\ &= 1 - \exp\left[-\left(\frac{Kh\pi v_r^2 t^3}{3r^3}\right)\right]. \end{aligned} \quad (14)$$

Найдем плотность данного распределения, продифференцировав функцию из выражения (14) по t :

$$f(t) = \exp\left[-\left(\frac{Kh\pi v_r^2 t^3}{3r^3}\right)\right] \frac{Kh\pi v_r^2 t^2}{r^3}. \quad (15)$$

Для нахождения K из соотношения (15) необходимо провести следующий эксперимент.

Необходимо установить средство наблюдения на некоторой высоте h , на расстоянии r от средства наблюдения устроить контролируемый лесной пожар с некоторой постоянной скоростью увеличения его радиуса v_r . С применением исследуемого средства наблюдения нужно начать наблюдение за данным участком леса с момента поджога. Необходимо засечь время обнаружения такого пожара данным средством наблюдения.

Такой эксперимент нужно провести несколько раз. После этого получим несколько значений времени обнаружения. Поделим всю шкалу времени на m интервалов с некоторым шагом. Центр каждого интервала обозначим t_i . Каждому интервалу припишем число n_i , равное количеству времен обнаружения, полученных из экспериментов и попавших в i -й интервал. Пронормируем количество времен обнаружения из каждого интервала, разделив их на общее

количество времён обнаружения, полученных из эксперимента. Таким образом, для каждого из m интервалов получим число k_i из соотношения (16):

$$k_i = \frac{n_i}{\sum_{i=1}^m n_i}. \quad (16)$$

Следовательно, после эксперимента у нас будут данные, приведённые в табл. 1, а также семейство функций следующего вида с неизвестным параметром K .

$$y(x) = \exp \left[- \left(\frac{Kh\pi v_r^2 x^3}{3r^3} \right) \right] \frac{Kh\pi v_r^2 x^2}{r^3}. \quad (17)$$

Таблица 1

Полученные из эксперимента данные

X	Y
t_i	k_i

По данным из табл. 1 и семейства функций (17) проведём регрессионный анализ и получим значение параметра K . Таким образом, мы найдём все параметры для поиска вероятности обнаружения лесного пожара за время t с использованием формулы (4) для каждого средства обнаружения.

Данные рассуждения были проведены для случая, когда расстояние между средством обнаружения и пожаром не меняется за время наблюдения. Если же расстояние за время наблюдения меняется (средство мониторинга движется относительно пожара, например, авиапатрулирование или наземное патрулирование) по некоторому закону $r(t)$, то подставив в формулу (10) данный закон изменения расстояния, получим

$$P_{об} = P_{об}(t) = 1 - e^{-U(t)} = 1 - \exp \left[- \int_{t_0}^t \frac{Kh\pi(v_r\tau)^2}{r(\tau)^3} d\tau \right]. \quad (18)$$

Коэффициент K из соотношения (18) для данного средства наблюдения можно получить, проведя статические испытания (при фиксированном расстоянии между средством наблюдения и пожаром), как в эксперименте, описанном выше. В качестве семейства аппроксимирующих функций будем использовать не плотность распределения вероятности, заданной соотношением (17), а функцию распределения вероятностей, заданной соотношением (14). При этом изменяются правила вычислений экспериментальных значений k_i (19):

$$k_i = \frac{\sum_{i \leq 1} n_s}{\sum_{i=1}^m n_i}. \quad (19)$$

Далее, аналогично предыдущему эксперименту, заносим значения r , h , t , k в табл. 1, проводим построение нелинейной регрессионной модели, определяя при этом значение параметра K .

Рассуждения, приведённые ранее, верны для средств наблюдения, использующих принципы анализа волн, испускаемых объектом наблюдения (оптическое наблюдение, инфракрасное наблюдение). Для обнаружения пожара с использованием **автономных пожарных извещателей (АПИ)** с другими принципами обнаружения пожара, будем использовать следующую зависимость.

Пусть АПИ установлен на расстоянии r от места пожара, тогда пожар достигнет места установки АПИ за время $t_{\text{пд}} = \frac{r}{v_{\text{ср}}}$, где $v_{\text{ср}}$ – средняя скорость распространения пожара.

В этом случае вероятность обнаружения пожара АПИ за время t равна

$$P_{\text{д}}(t) = \begin{cases} 0, & \text{если } \frac{r}{v_{\text{ср}}} > t; \\ 1, & \text{если } \frac{r}{v_{\text{ср}}} < t. \end{cases} \quad (20)$$

Вероятность необнаружения пожара АПИ за время t тогда будет равна соответственно

$$Q_{\text{д}}(t) = \begin{cases} 0, & \text{если } \frac{r}{v_{\text{ср}}} < t; \\ 1, & \text{если } \frac{r}{v_{\text{ср}}} > t. \end{cases} \quad (21)$$

Метод расчёта вероятности обнаружения лесного пожара несколькими средствами мониторинга по интенсивности поиска

Выше был показан метод расчёта вероятности обнаружения лесного пожара одним средством мониторинга, которое по свойству обнаружения пожара характеризовалось интенсивностью поиска $\gamma(t, r)$. Однако возможно построение таких систем наблюдения, когда наблюдение производится двумя и более средствами наблюдения. В этом случае можно охарактеризовать подобную систему с вероятностной точки зрения по свойству обнаружения.

Рассмотрим наиболее простой случай, когда система состоит из двух средств наблюдения, в общем случае неодинаковых и расположенных одно относительно другого на расстоянии d . Для простоты рассмотрения вопроса предположим, что расстояние между средствами наблюдения с течением времени не изменяется.

Пусть первое средство наблюдения характеризуется интенсивностью поиска $\gamma_1(t, r)$, а второе – $\gamma_2(t, r)$. Предположим, что пожар находится в произвольной точке A (рис. 2). Величины γ_1 и γ_2 в этом случае будут зависеть от соответствующих расстояний R_1 и R_2 . Примем $\gamma_1 = \gamma_1(t, R_1)$ и $\gamma_2 = \gamma_2(t, R_2)$.

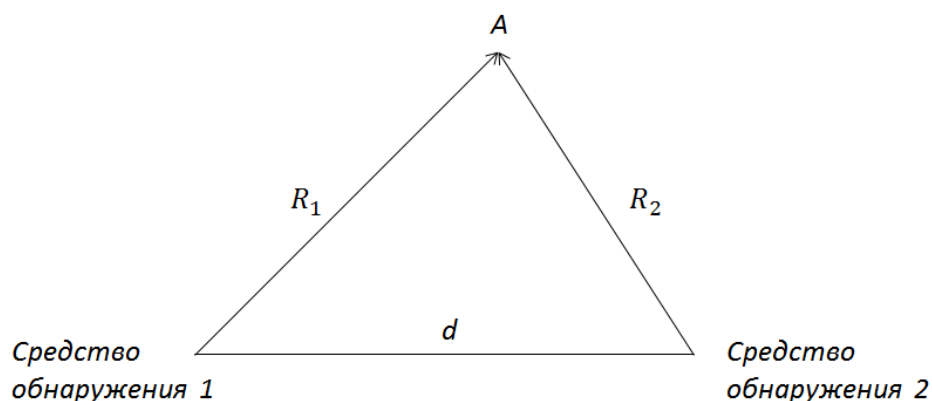


Рис. 2. Система наблюдения, состоящая из двух средств обнаружения

Будем считать, что оба средства начинают наблюдение с момента начала пожара. Тогда вероятность обнаружения пожара первым и вторым средствами наблюдения, согласно формуле (2), при наблюдении за ним в течение времени t определится из соотношений (22) и (23):

$$P_{061}(t) = 1 - \exp \left[- \int_0^t \gamma_1(\tau, R_1) d\tau \right]; \quad (22)$$

$$P_{062}(t) = 1 - \exp \left[- \int_0^t \gamma_2(\tau, R_2) d\tau \right] \quad (23)$$

Чтобы пожар, находящийся в точке A , не был обнаружен, необходимо, чтобы он не был обнаружен ни одним из средств наблюдения. При условии независимости работы средств наблюдения получим вероятность необнаружения из соотношения (24):

$$Q_{1,2}(t) = e^{-\int_0^t \gamma_1(\tau, R_1) d\tau} e^{-\int_0^t \gamma_2(\tau, R_2) d\tau} = e^{-\int_0^t (\gamma_1(\tau, R_1) + \gamma_2(\tau, R_2)) d\tau}, \quad (24)$$

а вероятность обнаружения из соотношения (25):

$$P_{1,2}(t) = 1 - Q_{1,2}(t) = 1 - e^{-\int_0^t (\gamma_1(\tau, R_1) + \gamma_2(\tau, R_2)) d\tau}. \quad (25)$$

Формула (24) характеризует вероятность обнаружения пожара, находящегося в точке A , не одним средством наблюдения, а системой (в данном случае двумя средствами обнаружения).

Если систему обнаружения дополнить АПИ, то уравнение (25) будет выглядеть следующим образом (26):

$$P_{1,2}(t) = 1 - Q_{1,2}(t)Q_d(t), \quad (26)$$

где $Q_d(t)$ – вероятность необнаружения пожара АПИ за время t (21).

Можно сделать вывод: если имеется система наблюдения, состоящая из k АПИ и m других средств наблюдения, то в точке A вероятность обнаружения пожара за время t определится так (27):

$$P(t) = 1 - e^{-\int_0^t \sum_{i=1}^m \gamma_i(\tau, R_i) d\tau} Q_{1d}(t) \dots Q_{kd}(t). \quad (27)$$

Найдём вероятность обнаружения пожара системой наблюдения за время t в зависимости от месторасположения средств наблюдения, входящих в систему. Пусть имеется система наблюдения, состоящая из k АПИ и m других средств наблюдения, расположенных произвольно на плоскости. Выберем прямоугольную систему координат. Начало координат можно выбрать в любой точке плоскости. Положение каждого средства наблюдения на плоскости будет характеризоваться абсциссой и ординатой точки его положения в выбранной системе координат, а структура всей системы наблюдения может быть задана последовательностью вида $\{(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_i, Y_i), \dots, (X_n, Y_n)\}$, где (X_i, Y_i) – координаты i -го средства наблюдения. Интенсивность поиска каждого средства наблюдения (не АПИ) может быть задана функцией $\gamma_i(t, R_i)$. Возьмём произвольную точку на плоскости с координатами (x, y) . Расстояние между точкой xu и i -м средством наблюдения определится так:

$$R_i = \sqrt{(x - X_i)^2 + (y - Y_i)^2}. \quad (28)$$

Тогда в точке (x, y) интенсивность поиска, создаваемая i -м средством наблюдения (не АПИ), будет иметь значение $\gamma_i = \gamma_i(t, R_i)$.

Таким образом, вероятность обнаружения пожара в произвольной точке x, y за время t системой наблюдения, состоящей из k АПИ и m других средства наблюдения, имеющих интенсивности поиска $\gamma_i(t, r)$ и располагающихся в точках с координатами (X_i, Y_i) соответственно, будет задаваться формулой:

$$P(x, y, t) = 1 - e^{-\int_0^t \sum_{i=1}^m \gamma_i(\tau, \sqrt{(x-X_i)^2 + (y-Y_i)^2}) d\tau} \times \\ \times Q_{1д} \left(t, \sqrt{(x-X_{1д})^2 + (y-Y_{1д})^2} \right) \dots Q_{кд} \left(t, \sqrt{(x-X_{кд})^2 + (y-Y_{кд})^2} \right). \quad (29)$$

Выводы

В данной статье процесс обнаружения лесных пожаров был описан как нестационарный пуассоновский поток с переменной интенсивностью. Выведена формула, позволяющая определять вероятность обнаружения возгорания за заданное время, прошедшее от начала возгорания.

Разработана методика определения характеристик мгновенной вероятности обнаружения пожара при натуральных испытаниях для различных средств наблюдения.

Представлены соотношения для расчётов вероятности обнаружения лесного пожара несколькими разнородными средствами мониторинга.

Литература

1. **Тихонов В.И., Миронов М.А.** Марковские процессы. М.: Сов. радио, 1977.
2. **Словарь** по кибернетике / Под редакцией академика В.С. Михалевича. Киев: Главная редакция Украинской Советской Энциклопедии имени М. П. Бажана, 1989. С. 486. 751 с.
3. **Подопригора В.Г., Попова Е.А., Раковская С.А.** Теория вероятностей. Случайные функции. Марковские процессы: учеб. пособие. Красноярск: Краснояр. гос. торг.-экон. ин-т., 2009. 80 с.
4. **Григорьев, В.В.** Горимость лесов Челябинской области и пути повышения эффективности охраны их от пожаров: автореф. дисс. ... канд. с.-х. наук по спец. 06.03.03. Екатеринбург, 2007. 24 с.
5. **Котельников Р., Коришунов Н.** Космический мониторинг лесных пожаров // Авиапанорама. 2008. № 2. С. 14-17.
6. **Овсяник А.И., Косоруков О.А., Старцев В.И.** Оценка и повышение эффективности систем обнаружения лесных пожаров // Пожары и чрезвычайные ситуации: предотвращение, ликвидация. Вып. 3. 2014. С. 64-66.
7. **Овсяник А.И., Косоруков О.А., Старцев В.И.** О повышении эффективности системы раннего обнаружения лесных пожаров // Технологии техносферной безопасности. Вып. 4 (56). 2014. С. 33-36. <http://ipb.mos.ru/ttb>.
8. **Draft Forest Fire Management Strategy for Ontario.** January 2002. <http://www.mnr.gov.on.ca/MNR/affmb/Fire/Strategy/Index1.htm>.
9. **Johnson E.A., Miyanishi K. eds.** Forest fires: Behavior and ecological effects. Academic Press, San Diego, CA. 2001. 594 p.
10. **Latham D., Williams E.** Lightning and forest fires // Forest fires: Behavior and ecological effects. Academic Press, San Diego, CA. 2001. Pp. 375-418.